Chapitre I - L'espace musical

Quelques rappels de physique élémentaire

On n'entrera pas ici dans une discussion détaillée de la physique du phénomène musical. Les ouvrages appropriés en décrivent les bases [3.5]

On rappellera seulement que les sources sonores «naturelles» sont principalement des corps solides ou gazeux (métaux, bois, membranes, colonne d'air), rarement liquides (rappelons le « bouteillophone» et les recherches de Lasry et Baschet) dont les proportions géométriques favorisent certains modes propres (au sens de la physique)

La sollicitation de ces modes se fait par un apport d'énergie ponctuel ou entretenu (percussion, frottement, pression), s'appuyant sur des phénomènes de résonance. Toutefois, toute source de bruit peut être considérée comme une source musicale.

Quant aux sources «artificielles», elle sont de deux ordres:

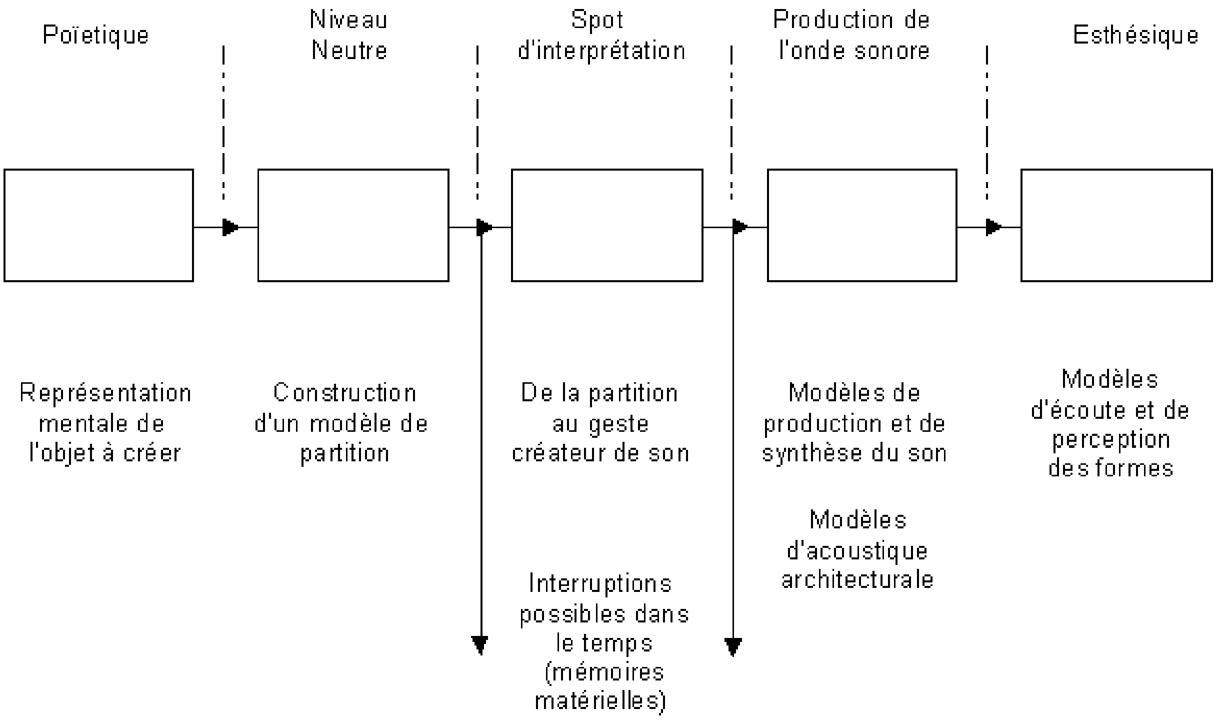
> Les générateurs électroniques, qui élaborent et produisent des ondes électriques; fondés sur la connaissance intellectuelle des phénomènes de résonance, ils constituent en général des «modèles» des sources naturelles. L'information produite est la variation continue de l'onde électrique, transformée en onde sonore par des transducteurs électro-mécaniques.

> Les systèmes de programmation et programmes d'ordinateurs, qui sont en eux-mêmes des modèles abstraits, et élaborent non plus une onde continue mais une information point par point, laquelle doit être ensuite transformée en onde sonore continue au moyen de convertisseurs digitaux-analogiques. Il est important de noter que dans ce cas, la durée «virtuelle» de l'information est elle-même paramétrisée, et qu'il n'existe plus de synchronisme entre son élaboration et son émission; c'est une «horloge» qui la retraduit en temps réel.

La transmission de «l'information musicale» se fait par variation de pression de l'air ambiant et les quantités d'énergie mises en jeu dans ce transfert sont en général très faibles.

Là encore, l'électronique intervient pour transmettre le message hors de portée acoustique, transducteur mécano-électrique (micro) et transmission électronique pouvant être suivie de transmission hertzienne et re-traduction sonore, constituent la chaîne intermédiaire courante, avec ses déformations propres (fig 1.1).

Fig1.1



Il est important de noter que la chaîne de transmission peut différer l'émission du message, des supports physiques variés (disques, cassettes, etc) constituant alors une mémoire figée de l'onde sonore potentielle.

Quand au récepteur, c'est une paire d'oreilles, qui constitue en lui-même un mécanisme biologique complexe [3.2], transmettant en l'interprétant l'information reçue au cerveau et par lui à l'appareil psycho-moteur. Il est vraisemblable, bien que non prouvé, qu'une association de récepteurs humains baignant dans un même message sonore modifie leur réceptivité.

Enfin, le message sonore étant d'essence spatio-temporelle, la localisation et l'éventuelle mobilité des sources et des récepteurs ont leur importance étant donné les propriétés physiques du milieu transmetteur (vitesse du son, distances, etc.), de même que les particularités de l'espace où se fait l'échange (acoustique, architectures).

Toutes ces étapes de la production et de la transmission du son, et en particulier celles qui font appel aux technologies récentes, ont donné lieu à la mise au point de méthodes de description et d'analyse faisant appel aux mathématiques appliquées.

La plupart relèvent de l'analyse différentielle, puisqu'il s'agit de phénomènes de variation, entretenus ou non, de l'état du milieu physique.

La démarche, étant analytique, a tendu à isoler certains caractères ou paramètres du son sur lesquels nous allons revenir.

Mais le traitement en amont, c'est-à-dire les supports de l'imagination dans l'organisation des sons, de même que ses effets en aval sur le récepteur, sont restés en grande partie du domaine de la description subjective. C'est à ces niveaux que l'effort reste à faire, et nous nous intéresserons d'abord au premier.

Nous allons donc, par une démarche analogue, tenter de décrire dans ce chapitre l'espace musical abstrait, c'est-à-dire les outils de formalisation des paramètres du son existants, avec leurs avantages et leurs lacunes.

Les paramètres du son

Découvrir des invariants dans le domaine de la variation et des repères de répétitivité au royaume de l'irreproductible est le propos usuel du physicien. D'où la notion de fréquence fondamentale d'un son entretenu, ou note, ou hauteur, mesurée en cycles par seconde. Un son est dit pur par convention lorsque l'onde de pression qui le caractérise en un point de l'espace est représentée par une sinusoïde. Les sons purs n'existent pas dans la nature, mais les générateurs électroniques en donnent une bonne approximation. On ne reprendra pas ici la théorie des cordes vibrantes ou des vibrations de membranes ou de colonne d'air; on rappellera seulement que les propriétés physiques et la géométrie du milieu en vibration favorisent, outre la fréquence fondamentale, des fréquences en rapport entier avec celle-ci ou harmoniques ; le taux de ces harmoniques (rapport d'amplitude avec la fondamentale) détermine le timbre du son composé entretenu.

Les modèles mathématiques relèvent de l'analyse différentielle: équations et systèmes d'équations différentielles linéaires ou non, équations aux dérivées partielles permettent des représentations des ondes produites.

L'établissement du phénomène donne lieu à un transitoire plus ou moins important qui correspond à l'attaque du son; lorsque l'apport d'énergie se fait par percussion, le transitoire est particulièrement important, et le corps (ou le milieu) vibre ensuite sur ses fréquences propres, avec un amortissement plus ou moins long jusqu'à extinction totale.

Lorsque le milieu en vibration a des propriétés et proportions choisies, (par exemple système physique à constantes localisées), le spectre des fréquences est discret, et l'analyse en série de Fourier permet une décomposition de la représentation de l'onde en somme de sinusoïdes. Dans le cas général d'un bruit, le spectre peut être continu dans une certaine bande de fréquence et seule l'analyse par intégrale de Fourier est possible.

Si l'on revient à un son entretenu par une source d'énergie et produit dans une intention musicale, sa description exhaustive en un point donné de l'espace, depuis son apparition jusqu'à son extinction, est la représentation sous forme d'une courbe en coordonnées cartésiennes de la variation de pression de l'air en fonction du temps au point donné.

L'observation de cette courbe, enregistrée sur un support de papier (comme un électrocardiogramme par exemple), fait apparaître 3 zones :

- la zone d'établissement du son, durant laquelle le transitoire l'emporte

- la zone d'entretien du son, où une périodicité s'établit, modulée en amplitude par les variations lentes de l'apport d'énergie, qui correspondent à la dynamique de ce son, c'est-à-dire à ses variations d'intensité durant l'entretien, et modulée le cas échéant en fréquence autour de la valeur nominale de la fondamentale (vibrato des instruments à cordes, de la voix, etc.)

- la zone d'extinction, où l'amplitude décroît rapidement.

C'est sur la zone d'entretien qu'une analyse en série de Fourier ferait apparaître la décomposition de l'onde en une somme de sinusoïdes, dont les rapports de fréquence et d'amplitude avec la fondamentale sont caractéristiques du timbre.

Dire qu'une note de clarinette est un la^7 attaqué louré et joué *mf* est donc sous-entendre une série de simplifications drastiques vis-à-vis de la réalité physique, le timbre lui-même pouvant se modifier d'une tessiture à l'autre (par exemple chalumeau de la clarinette).

Il sera important d'avoir ces simplifications à l'esprit lorsqu'on fera usage des formalismes sur les paramètres du son.

En particulier, les formalismes sur les échelles de hauteurs supposent des sons purs indéfiniment entretenus, et ne constituent qu'une première approximation limitative.

Formalisation des échelles traditionnelles. La structure de groupe

Le langage tonal traditionnel est fondé sur le tempérament des intervalles dits «naturels» que l'on détecte comme harmoniques d'une fondamentale. Xenakis l'interprète [5.8] comme compromis entre deux approches : une approche géométrique et pythagoricienne, basée sur des subdivisions égales d'une même longueur de corde, et une approche arithmétique ou aristoxénienne, qui additionne les intervalles entre sons.

Quoiqu'il en soit, toute échelle sonore construite sur un intervalle unitaire entre deux fréquences $\frac{f_2}{f_1}=x$ et qui privilégie l'intervalle $\frac{f_n}{f_o}=2=x^n$ c'est-à dire que $x=\sqrt[n]{2}$ $x=2^{\frac{1}{n}}$ peut être formalisée de manière efficace, selon Barbaud, à partir de l'ensemble $G=\{x^0, x^1, \ldots, x^{n-1}\}$, par une application bijective sur les entiers

a = 0,1,...n-1.

<u>A condition de considérer l'échelle sonore résultante comme privilégiant l'octave</u>, l'utilisation de la structure des entiers modulo-n permettra de formaliser toute une série de propriétés musicales de cette échelle.

n = 12 échelle chromatique tempérée

n = 18 échelle en tiers de tons,

n = 24 échelle en quart de tons, etc.

Si l'on décide de choisir une valeur de n différente de celle utilisée par la tradition, il y aura lieu d'estimer les distances des intervalles résultant par rapport aux distances formées par la suite des harmoniques naturels d'un son.

On peut évidemment privilégier un autre intervalle, par exemple la 2ème harmonique, c'est-à-dire $x=3^{1/n}$, si l'on veille à ce qu'il n'existe pas un kième degré $x^k=2=3^{k/n}$ car la prégnance auditive de l'octave étant plus forte que celle de la quinte, l'étude modulo-n aboutirait à des propriétés non vérifiées par l'oreille. Pour en revenir à l'ensemble $\mathbb{Z}_n=(0,1,2\ldots n)$ on utilise sa structure de groupe pour la loi d'addition (la transposition des musiciens) c'est-à-dire que

a) cette loi est associative : $\forall a,b,c\in\mathbb{Z}_n,: (a+b)+c=a+(b+c)$

b) il existe un élément neutre : $a+0=0+a=a$

c) chaque élément admet un symétrique :

$\forall a,b,c\in\mathbb{Z}_n,: a+\overline{a}=\overline{a}+a=0$

d) cette loi est partout définie

$\forall x,y\,(x,y\in\mathbb{Z}_n)\Rightarrow(x+y)\in\mathbb{Z}_n$

Cette formalisation s'adapte bien au langage tonal classique, dont Barbaud a étudié certaines propriétés harmoniques.

Par exemple, bien que la gamme majeure $P_0^M = \{0,2,4,5,7,9,11\}$ ne soit pas un sous-groupe de $\mathbb{Z}_{12}$, on peut la considérer comme la réunion de trois sous-ensembles

$H_0 = \{0,4,7\}$ accord parfait majeur construit sur la tonique

$H_5 = H_0 + 5 = \{5,9,0\}$ accord parfait majeur construit sur la sous dominante

$H_7 = H_0 + 7 = \{7,11,12\}$ accord parfait majeur construit sur la dominante

De même

$K_i = \{i, i+3, i+7\}$ représente un accord parfait mineur

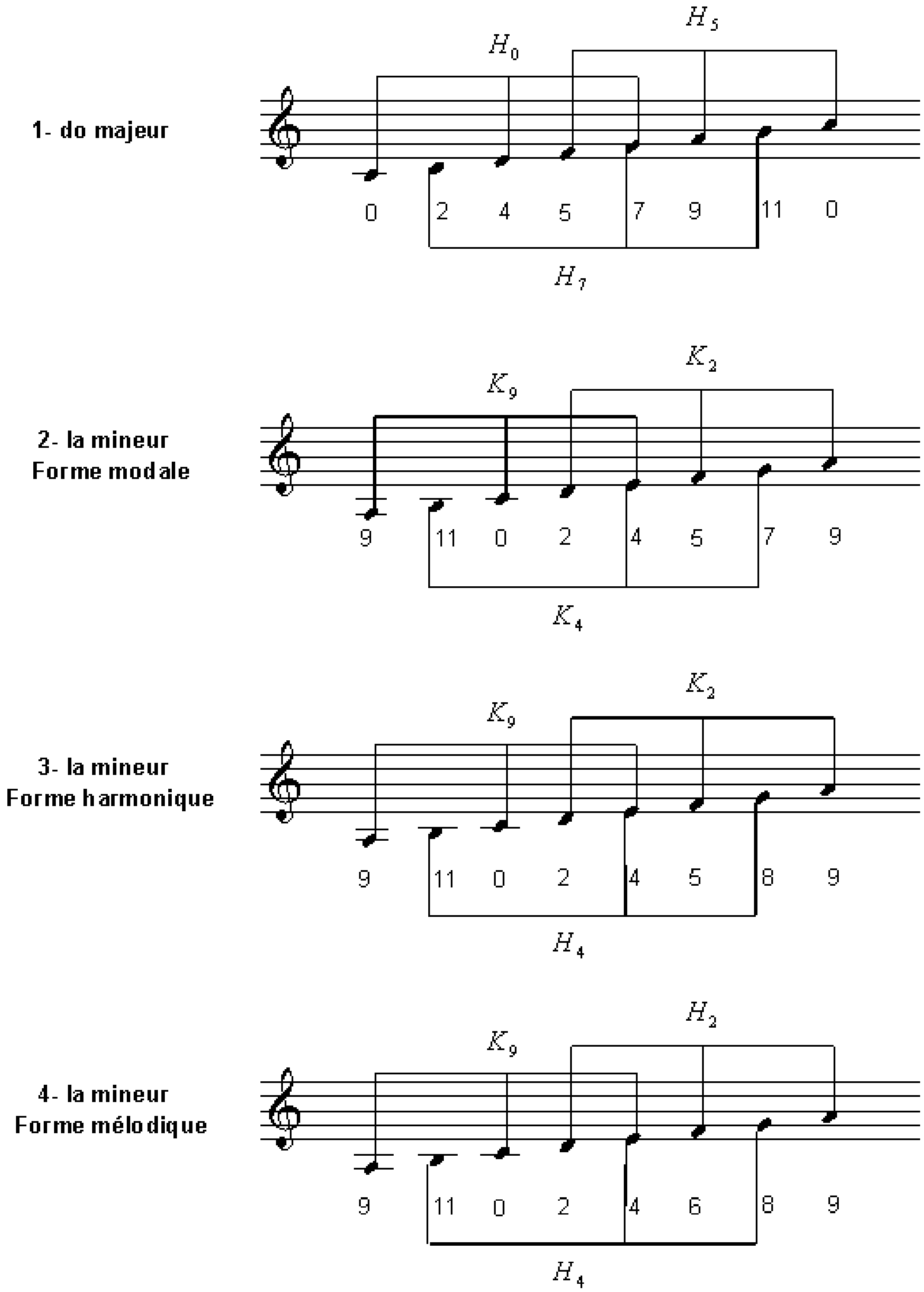
et les trois formes de la gamme mineure « relative » de P_M seront données par les unions

$P_9^p = K_9 \cup K_2 \cup K_4$ forme modale (remarque $P_9^p = P_0^M$)

$P_9^h = K_9 \cup K_2 \cup K_4$ forme harmonique voir fig 1.2

$P_9^m = K_9 \cup H_2 \cup H_4$ forme mélodique

Fig 1.2 les trois formes de la gamme de la mineur



ou encore

$$P_i^M = H_i, K_{i+2}, K_{i+4}, H_{i+5}, H_{i+7}, K_{i+8}$$

décrit tous les accords parfaits majeurs et mineurs existant dans le ton « i » on rappelle que P_i est un sous groupe de $\mathbb{Z}_{12}$

$ssi\, P_i \subset \mathbb{Z}_{12}, \forall\, x,y \in P_i : (x+y) \in P_i$

or pour P_M, $(2+4)=6 \notin P_M$

on note $H_x = H_{0+x}\ (x \in \mathbb{Z}_{12})$

Les échelles congruentes modulo-12

Si utilisant les propriétés de la congruence modulo-12, on construit tous les sous-groupes de $\mathbb{Z}_{12}$

Sous-groupes	Nbre d'éléments	Nbre de sous-groupes	Valeurs de k
$G_k^1 = (k)$	1	12	$k=0,1, \dots \dots 11$
$G_k^2 = (k, k+6)$	2	6	$k=0,1, \dots \dots 5$
$G_k^3 = (k, k+4, k+8)$	3	4	$k=0,1,2,3$
$G_k^4 = (k, k+3, k+6, k+9)$	4	3	$k=0,1,2$
$G_k^6 = (k, k+2, \dots k+10)$	6	2	$k=0,1$
$\mathbb{Z}_{12}$ lui-même	12	1	

On obtient ainsi 28 sous-groupes qui sont des échelles bien connues des musiciens ;

- la totalité des octaves bâties sur une note
- les quartes augmentées (ou quintes diminuées)
- les 4 accords de quinte augmentées
- les 3 accords de septième diminuées
- les 2 gammes par tons debussystes
- le total chromatique.

remarquons en passant qu'historiquement, les membres de phrase musicale utilisant l'un de ces sous-groupes comme échelle utilisaient sans restriction harmonique les sous-ensembles (accords) du sous-groupe, tirant implicitement la conséquence de «compatibilité entre agrégats» des propriétés d'équidistance entre degrés successifs. Il est facile de le vérifier sur tous les passages en septième diminuées de la période romantique, mais aussi sur les sections en gamme par tons de Debussy (cf Le prélude du premie livre *Voiles*).

Les opérations logiques usuelles à partir de ces 28 sous-groupes permettent de formaliser toutes les échelles modulo-12 .

Toutefois, Xenakis [5.2] a préféré exprimer ce formalisme à partir des classes de résidus modulo-n, ce qui donne :

pour $\mathbb{Z}_{12}\ \ classe\,0\quad modulo\,1$

pour $G_k^6 \begin{cases} classe\,0 & modulo\,2 & notée\,2_0 \\ classe\,1 & modulo\,2 & notée\,2_1 \end{cases}$

pour $G_k^4 \begin{cases} classe\,0 & modulo\,3 & notée\,3_0 \\ classe\,1 & modulo\,3 & notée\,3_1 \\ classe\,2 & modulo\,3 & notée\,3_1 \end{cases}$

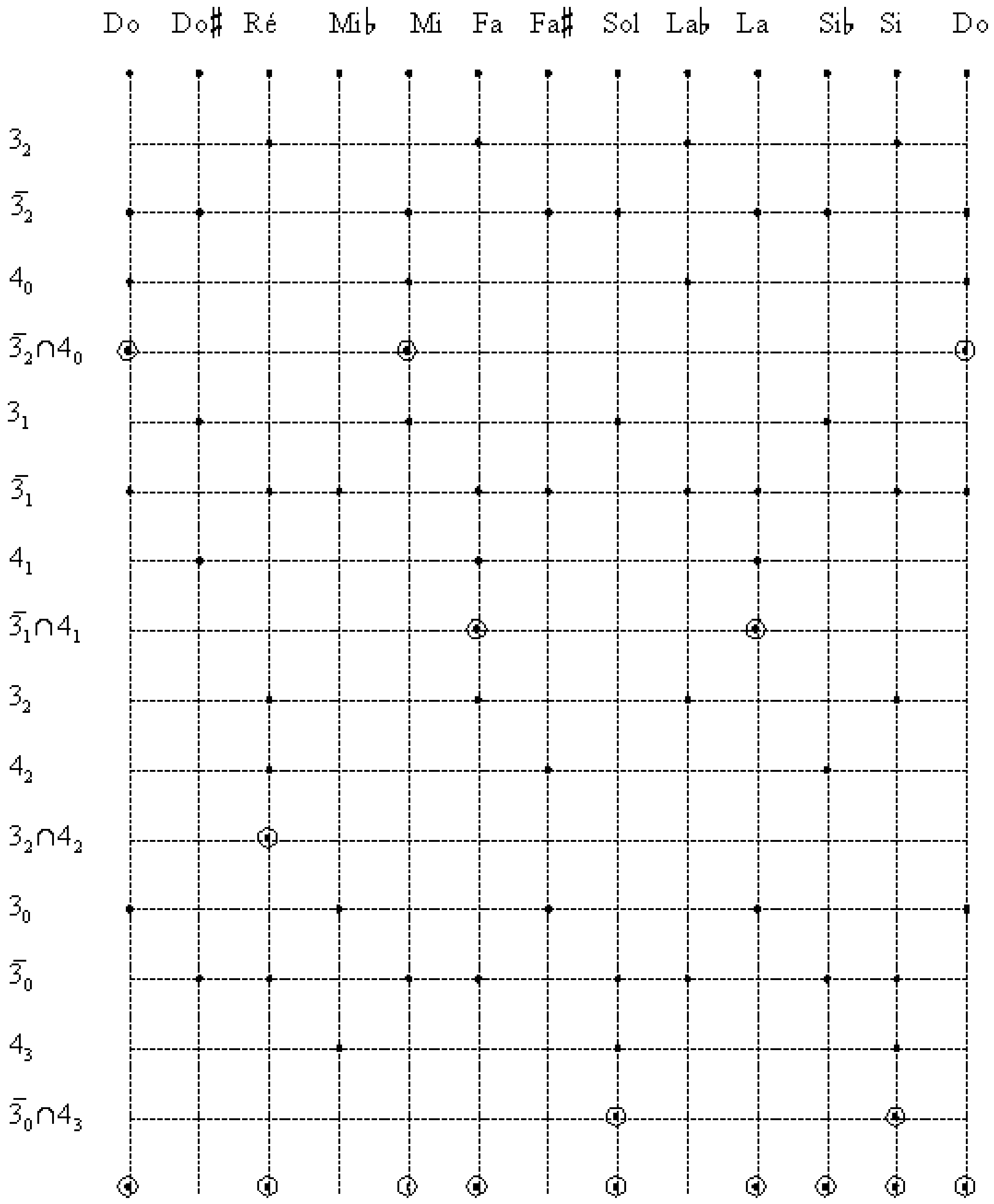
pour $G_k^3 \begin{cases} classe\,0 & modulo\,4 & notée\,4_0 \\ classe\,1 & modulo\,4 & notée\,4_1 \\ classe\,2 & modulo\,4 & notée\,4_2 \\ classe\,3 & modulo\,4 & notée\,4_3 \end{cases}$

pour $G_k^6 \begin{cases} classe\,0 & modulo\,6 & notée\,6_0 \\ classe\,1 & modulo\,6 & notée\,6_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ classe\,5 & modulo\,6 & notée\,6_5 \end{cases}$

Le treillis correspondant est symbolisé fig 1.4.

Nous verrons que cette nouvelle notation est riche de conséquences, car elle donne un nouveau degré de liberté (le modulo-n) qui permet de ne pas borner le formalisme aux échelles modulo-12 c'est-à-dire aux échelles dont la structure interne est répétitive d'une octave à l'autre.

Fig 1.4 La gamme de do majeur reconstruite à partir des classes de résidus

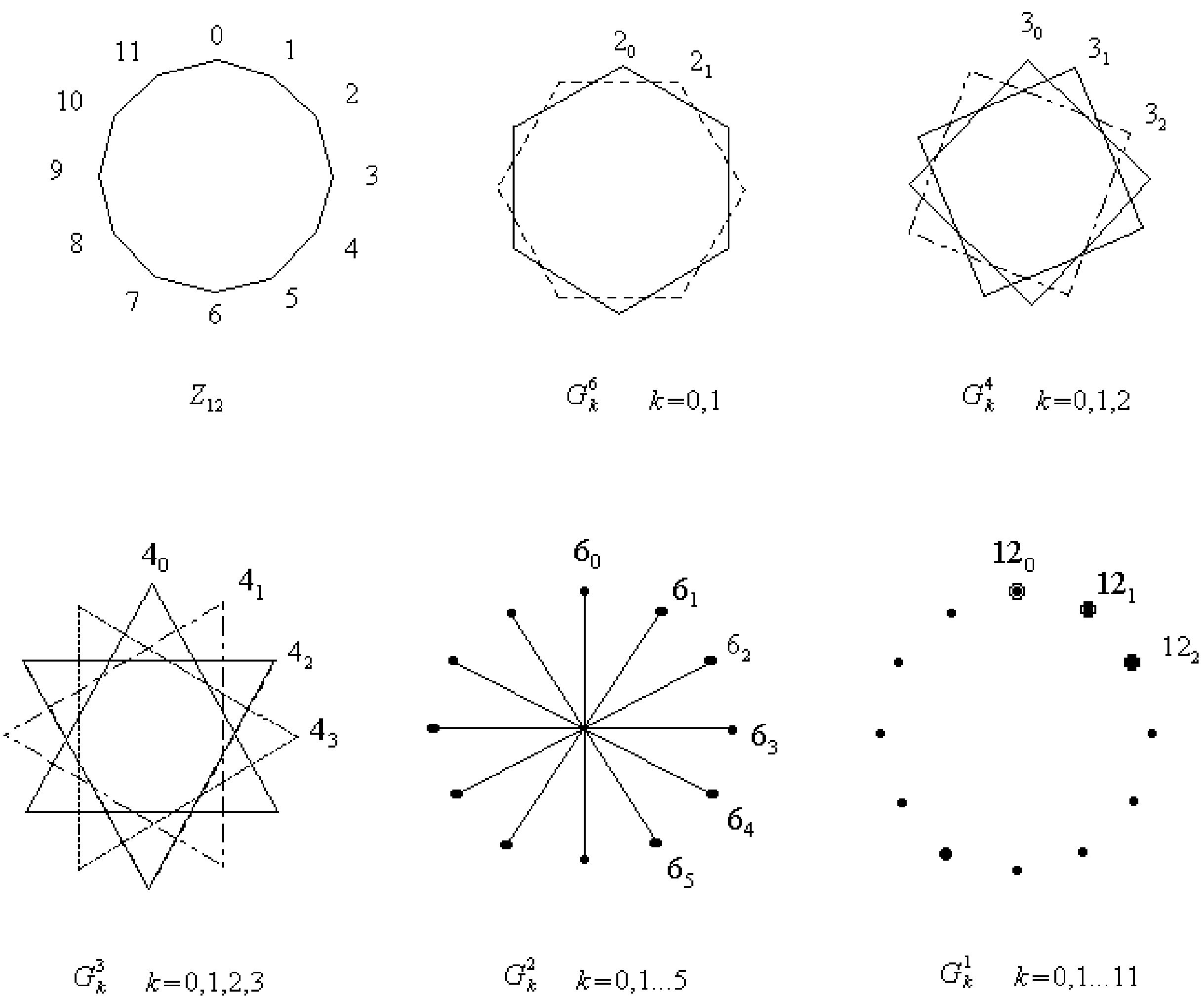


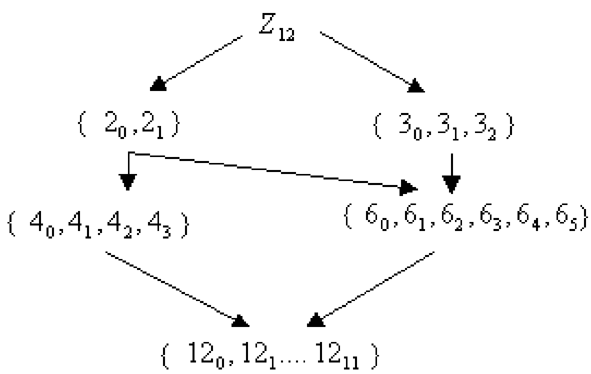
$$(\overline{3}_2 \cap 4_0) \cup (\overline{3}_1 \cap 4_1) \cup (3_2 \cap 4_2) \cup (\overline{3}_0 \cap 4_3)$$

Xenakis a fait l'exercice de formaliser la gamme majeure à partir d'opérations logiques sur les cribles, ce qui donne (fig 1.3)

$$(\overline{3}_2 \cap 4_0) \cup (\overline{3}_1 \cap 4_1) \cup (3_2 \cap 4_2) \cup (\overline{3}_0 \cap 4_3)$$

Fig 1.3 Les sous-groupes de Z_{12}





<u>Treillis</u> (sous-groupes symétriques)

ainsi que toute une série d'échelles à micro-intervalles de la musique byzantine. [5.7].

Bien qu'elle ne corresponde pas au langage traditionnel, nous établirons dorénavant une distinction entre

un mode : échelle construite exclusivement à partir de la réunion de sous-groupes de $\mathbb{Z}_{12}$ combinant ainsi leurs propriétés de symétries

et une gamme, dont les dissymétries internes nécessitent pour sa description l'usage des autres opérations logiques.

Un exemple d'application : les modes à transpositions limitées de Messiaen.

Messiaen a exposé [5.2] sans la formaliser la structure musicale des modes qu'il utilise constamment dans son oeuvre, et qu'il a baptisés modes à transpositions limitées parce que, à cause de symétries internes, on ne peut les transposer 12 fois sans retomber sur les mêmes sous-ensembles.

L'utilisation de l'opération union entre classes de résidus à modulo n (n = 2, 3, 4 ou 6) permet de les formaliser aisément.

Le **premier mode** est en fait la gamme par tons de Debussy. Elle n'a que 2 transpositions, 2_0 et 2_1 et c'est le seul mode à être un sous-groupe de $\mathbb{Z}_{12}$ (voir plus haut). Debussy l'a utilisé constamment, soit pour « noyer la tonalité » soit comme mode en soi.

Sous cette dernière forme, citons le célèbre Préludes « *Voiles* », deuxième des 24 Préludes pour piano, qui ne fait appel qu'au mode 2_0 ,à part 5 mesures centrales de climax, fondées sur la gamme pentatonique. (cette gamme, selon la définition précédente, est l'une des échelles historiquement les plus répandues, de la musique chinoise aux folklores africains. Dans « *Voiles* », Debussy l'utilise dans la transposition qui ne fait appel qu'aux touches noires du clavier.)

Le **deuxième mode** est formé par l'union de 2 des 3 classes de résidus à base 3.

D'après la formule des combinaisons $C_3^2=3$, il n'en existe que 3 transpositions distinctes :

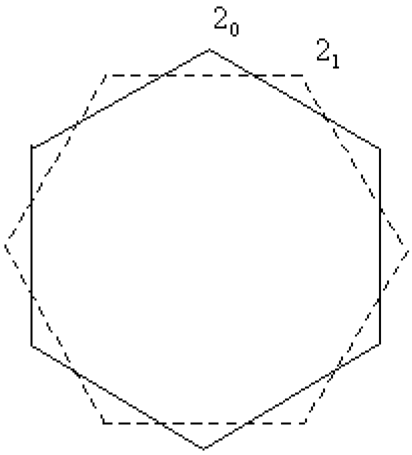
$M_2^1=3_0\cup 3_1$ (1ère transposition de Messiaen)

$M_2^2=3_1\cup 3_2$ (2ème transposition de Messiaen) fig 1.5

$M_2^3=3_0\cup 3_2$ (3ème transposition de Messiaen)

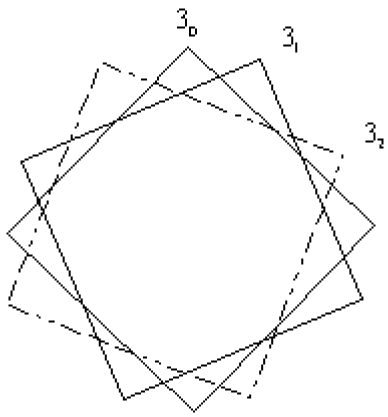
Fig 1.5 1er, 2ème et 3ème modes

Classes de résidus base 2



1er mode de Messiaen
Gamme par ton (6 notes) 2 transpositions

Classes de résidus base 3



2ème mode de Messiaen (8 notes)
combinaison de 3 classes base 3 2 à 2

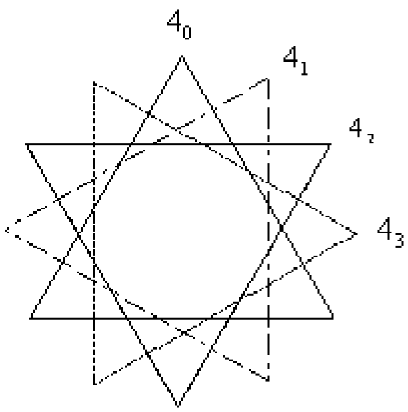
3 formes :

1ère transposition $3_0 \cup 3_1 = \overline{3}_2$

2è transposition $3_1 \cup 3_2 = \overline{3}_0$

3è transposition $3_0 \cup 3_2 = \overline{3}_1$

Classes de résidus base 4



Remarque : $4_0 \cup 4_2 = 2_0$ $4_1 \cup 4_3 = 2_1$

3ème mode de Messiaen (9 notes)
combinaison de 4 classes base 4 3 à 3

4 formes :

3è transposition $4_0 \cup 4_1 \cup 4_2 = \overline{4}_3$

2è transposition $4_0 \cup 4_1 \cup 4_3 = \overline{4}_2$

1ère transposition $4_0 \cup 4_2 \cup 4_3 = \overline{4}_1$

4è transposition $4_1 \cup 4_2 \cup 4_3 = \overline{4}_0$

Musicalement, sa structure fondée sur la réunion de 2 accords de 7ème diminuée et le fait que $M_1^i = M_1^{i+3}$ en font un mode particulièrement ambigu, en effet

$$H_0, K_0, H_3, K_3, H_6, K_6, H_9, K_9 \subset M_1^1$$

et Messiaen a joué de cette quadruple ambiguïté tonale.

Les exemples d'utilisation du 2ème mode abondent dans son oeuvre ; citons au hasard les sections principales de l'un des préludes pour piano de 1930, *Le Nombre Léger*. Mais Debussy en avait déjà fait un emploi intuitif, voir par exemple l'avant-dernière section (mesures 31 à 37) du 13ème prélude pour piano, *Brouillards*, construit sur M_2^3 puis sur M_2^2 (fig 1.7).

**Figure I.7 Utilisation du mode M_2^3 par Debussy.
Extrait de Brouillards - Préludes 2e cahier**

On en trouve même deux formes en superposition M_2^2 et M_2^1 (pédale harmonique), selon une technique familière à Messiaen, dans le 14ème prélude, *Feuilles mortes* (mesures 25 à 30). (fig 1.8)

Figure I.8 Superposition des modes M_2^2 et M_2^1 chez Debussy
Extrait de Feuilles mortes, Préludes, 2e cahier

En fait , ce mode et ses répétitions internes était déjà latent dans le style du 19ème siècle. On le trouve par exemple sous forme M_2^2 dans une transition de la *1ére Ballade* de Chopin (mes 130 à 133. [fig 1.6](#))

Figure I.6 Citation du 2e mode par Chopin.
1ère Ballade Op. 23 mes. 129 à 134

Le **troisième mode** est formé par l'union de 3 des 4 classes de résidus à base 4, soit 4 transpositions ; en effet $C_4^3=4$

$M_3^3=4_0\cup 4_1\cup 4_2$ (3ème transposition de Messiaen)

$M_3^2=4_0\cup 4_1\cup 4_3$ (2ème transposition de Messiaen)

$M_3^1 = 4_0 \cup 4_1 \cup 4_3$ (1ère transposition de Messiaen)

$M_3^4 = 4_1 \cup 4_2 \cup 4_3$ (4ème transposition de Messiaen)

Avant de poursuivre, on peut utiliser une relation simple :

Les cribles de base à modulo 12 sont de 4 types

C_k où $C=2,3,4,6$ et $k=1,2,\ldots C-1$

On a $C_k = \overline{C_{(k+j)}}$ $j=1,2,\ldots C$ (k+j) modulo C

d'où :

$M_2^1 = \bar{3}_2$ $M_2^2 = \bar{3}_0$ $M_2^3 = \bar{3}_1$

$M_3^3 = \bar{4}_3 = 2_0 \cup 4_1$

$M_3^2 = \bar{4}_2 = 2_1 \cup 4_0$

$M_3^1 = \bar{4}_1 = 2_0 \cup 4_3$

$M_3^4 = \bar{4}_0 = 2_1 \cup 4_2$

Ces relations mettent en évidence les symétries internes sur lesquelles il est possible de jouer, c'est-à-dire les parties communes à 2 modes, par exemple : $M_3^1 \cap M_3^3 = 2_0$

on retrouvera fig 1.9 la représentation des

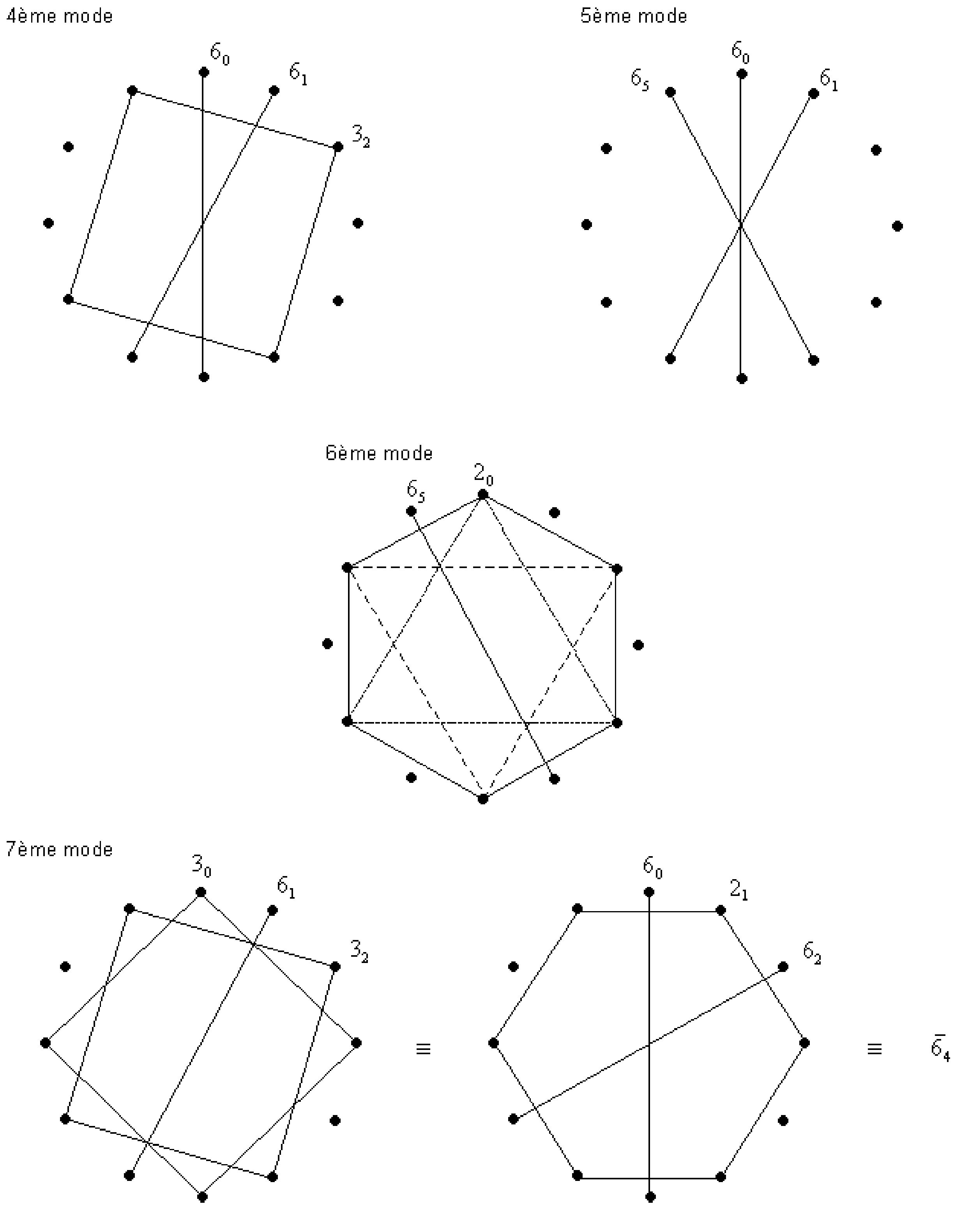
<u>4ème mode</u> (8 notes) $M_4^1 = 3_2 \cup 6_0 \cup 6_1$ 6 transpositions

<u>5ème mode</u> (6 notes) $M_5^1 = 6_0 \cup 6_1 \cup 6_5 = \overline{M_5^4}$ 6 transpositions

<u>6ème mode</u> (8 notes) $M_6^1 = 2_0 \cup 6_5 = 4_0 \cup 4_2 \cup 6_5$ 6 transpositions

<u>7ème mode</u> (10 notes) $M_7^1 = 3_0 \cup 3_2 \cup 6_1 = 6_0 \cup 6_2 \cup 2_1 = \overline{6_4}$ 6 transpositions

Fig 1.9 4ème, 5ème, 6ème, 7ème modes



On voit que les interférences directes entre les bases 3 et 4 ne sont pas utilisées (seul le 6ème mode établit la communication par l'intermédiaire de 2_0 .

En effet : $2_1 \cup 6_5 = 3_2 \cup 4_0 \cup 4_2 \quad = 2_0 \cup 3_2$

C'est le mode que j'ai utilisé moi-même dans *Dualités* pour violon et piano (1964)

Le principe commun de ces modes est d'introduire des dissymétries partielles dans une organisation symétrique à base 12.

Les échelles à congruence différente de 12 (modes courbes)

On a vu que la formalisation précédente utilisait uniquement les cribles sous-groupes de Z_{12} (c'est-à-dire musicalement sous-multiples de l'octave).

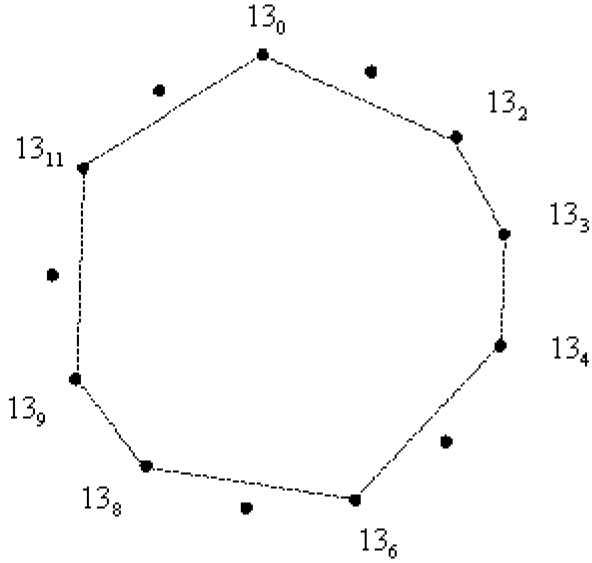
Imaginons maintenant qu'on utilise les cribles à base non sous-multiple de 12 (modulo 5,7,8, etc.)

On pourra le faire de différentes manières.

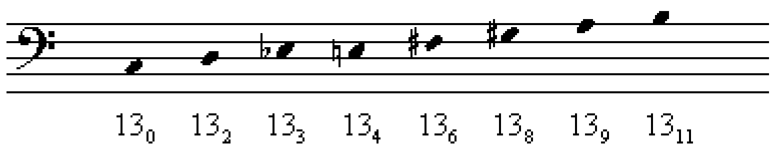
1- Modes « courbes »

On devra « initialiser » les cribles, c'est-à-dire fixer une hauteur de référence relative à chaque crible utilisé. Si l'on utilise par exemple la réunion de cribles à base 13 dans le système à 12 sons (octave + ½ ton), on obtiendra un « mode » dont les rapports d'intervalles fixes s'élèveront d'un demi-ton à chaque nouveau cycle (le système devient en effet cohérent modulo-13).L'échelle résultante est donc fonctionnellement modulante. (voir fig 1.10 le mode utilisé dans « *Jubilation heuristique* » Riotte 1968).

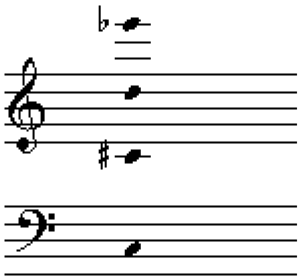
Fig 1.10 Echelle non octaviante à congruence modulo 13



Bornes inférieures



Classe de résidus modulo 13
pour le 1er terme



(Jubilation Heuristique Riotte 1968)

On décrira le mode de la manière suivante : $F(13)=\overline{13_1 \cup 13_5 \cup 13_7 \cup 13_{10} \cup 13_{12}}$

Notation plus économique

On distinguera dans les modes courbes :

les modes <u>convexes</u> (à répétitivité supérieure à 12)

lesmodes <u>concaves</u> (à répétitivité supérieure à 6 et inférieure à 12)

2- Echelles non-congruentes

Observons d'abord qu'on peut distinguer 2 sortes de cribles non-réductibles à l'octave :

Ceux dont le modulo est un nombre premier (5, 7, 11, 13 etc)

Ceux dont le modulo est un multiple des bases 2, 3, 4, 6 réductibles à l'octave

Alors que les premiers énoncent la totalité des degrés modulo-12 si l'on considère une étendue théorique non limitée à l'aire audible :

5 représentant le cycle des quartes

7 représentant le cycle de quintes, etc.

Les seconds ne parcourent qu'un sous-ensemble du sous-groupe dont leur modulo est un multiple ;

$8_{(0)}$ sixte mineure $8_0 \subset 4_0$

$9_{(0)}$ sixte majeure $9_0 \subset 3_0$ ... etc.

Cette particularité, qui découle des propriétés des entiers eux-mêmes, permet de prévoir « auditivement » leur contribution dans un échelle non-répétitive.

On conçoit aisément en tout cas, étant donné leur périodicité étendue sur un grand nombre d'octaves, que des opérations logiques sur plusieurs d'entre eux constituent des échelles cohérentes et pourtant non-répétitives sur toute l'aire audible. Cette propriété, riche de possibilités, a été utilisée entre autre par Xenakis et moi-même.

Commentaire :

La formalisation d'échelles par cribles implique un tempérament. Si ce tempérament est bâti sur l'octave, et comporte n degrés ramenés dans l'ambitus d'octave par injection (modulo-n).

- Si n est premier, tous les cribles parcourent l'entièreté des degrés ramenés dans l'ambitus d'octave par injection modulo-n.

- Si n n'est par premier, alors

$n = k^{\alpha} . l^{\beta} . m^{\gamma} \cdots$ k, l, m premiers α, β, γ entiers positifs.

Et les cribles construits sur les degrés de l'échelle se partagent en 2 sous-classes

La sous-classe des cribles dont le modulo est premier avec n ; ceux-ci couvrent l'entièreté des degrés ramenés dans l'ambitus d'octave par injection

Sous-classe 1 : 5,7,11,13,...

La sous-classe des cribles bâtis sur une combinaison incomplète des composants premiers de n et leurs multiples ; ceux-ci ne couvrent qu'un sous-ensemble des degrés injectés dans l'octave.

Sous-classe 2 : 2,3,4,6,8,9,10,14, ...

$n=12=2^2.3$

$n=18=2^3.3^2$

$n=24=2^3.3$

$n=36=2^2.3^2$

$n=54=2.3^3$

Bien noter que si les sous-classes sont les mêmes quelle que soit l'unité choisie (demi-ton, quart de ton, etc.), elles ne correspondent pas aux mêmes degrés de l'échelle.

Échelles partiellement congruentes. Un exemple tiré de **Nomos Alpha** *(Xenakis)*

Dans son article «Vers une métamusique » [5.7], Xenakis fait allusion à une structure « hors-temps » fondée sur des propriétés particulières de classes de résidus choisies.

Soit l'ensemble P des classes de résidus k_m modulo-r fondées sur les entiers naturels P_i premiers avec r

$P_i \in P \subset \mathbb{Z}$

on a $x_m = P_i \ (mod\, r) = p_i + k_m \times r \ \ k_m \in \mathbb{Z}$ (entiers relatifs)

D'où

$$\begin{aligned} x_m \cdot x_n &= (P_i + K_m \cdot r)(p_j + k_n \cdot r) \\ &= P_i \cdot P_j + A \cdot r \\ &= P_i \cdot P_j (mod\, r) \qquad A \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Vis-à-vis de l'opération multiplication avec réduction modulo-r, les x_m forment un groupe commutatif fini fermé sur lui-même, c'est-à-dire que leurs produits ne sortent pas de l'ensemble.

Si l'on prend par exemple $r=18=2^2 \cdot 3$, on aura P = {1,5,7,11,17,...}

En effet, on aura :

$5 \times 7 = 35 = 17 \,(mod\, 18)$

$11 \times 11 = 121 = 13 \,(mod\, 18)$ etc.

Xenakis a utilisé cette propriété dans « *Nomos Alpha* » pour violoncelle seul, dont il expose le formalisme détaillé dans son article « Vers une philosophie de la musique » [5.8]

Il construit une famille de cribles composés à partir d'une expression fonction $\overline{L}(p_i\, p_j)$ fondée sur des opérations logiques entre deux cribles formant un couple $(p_i\, p_j)$

Soit pour la fonction de départ :

$$\overline{L}(11,13) = (\overline{13_3 \cup 13_5 \cup 13_7 \cup 13_9} \cap 11_2) \cup ((\overline{11_4 \cup 11_8}) \cap 13_9) \cup (13_0 \cup 13_1 \cup 13_6)$$

Les classes de résidus sont construites à partir de l'unité quart de ton. Il obtient ainsi une échelle non-répétitive en quarts de ton (fig 1.11).

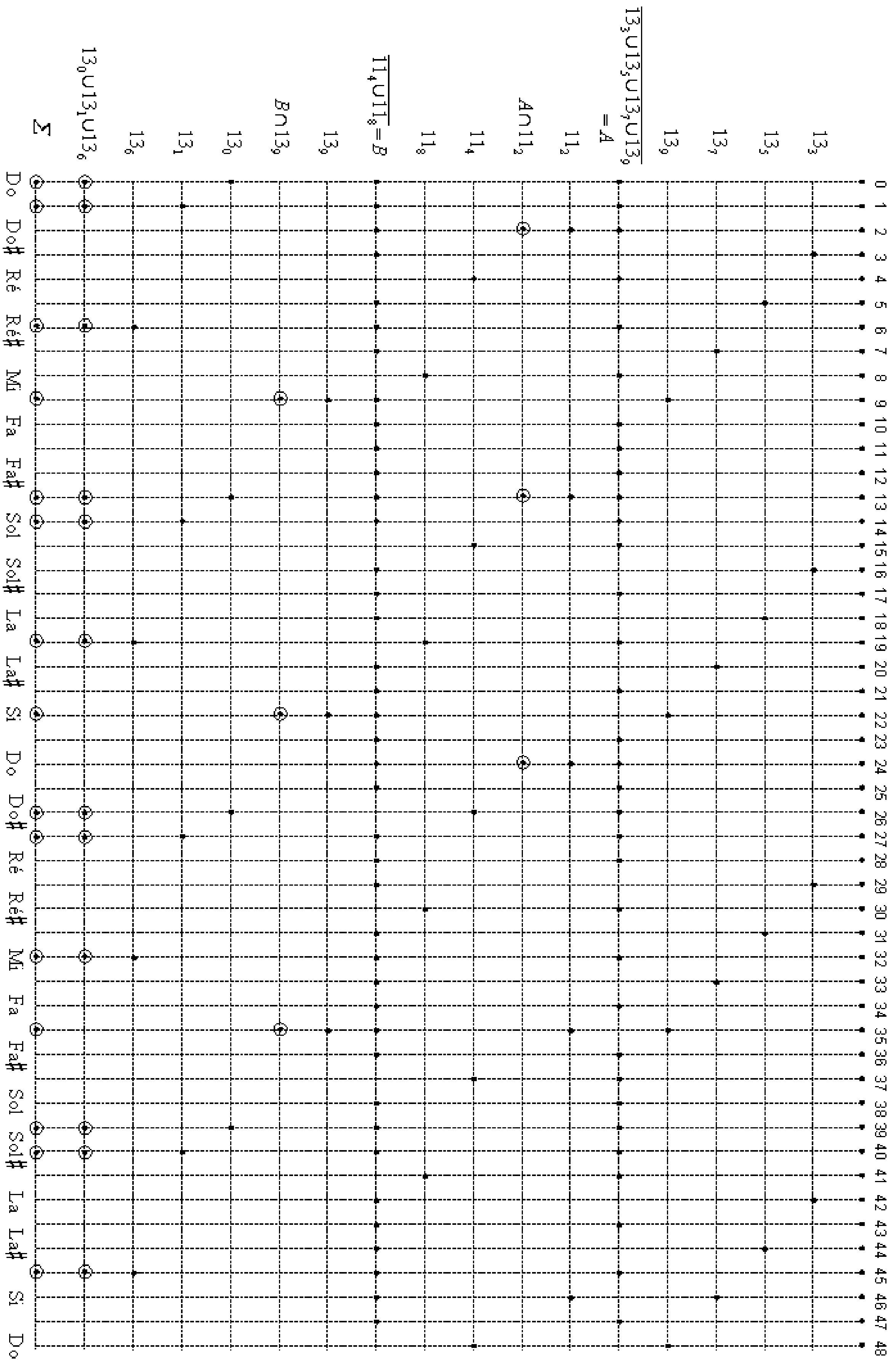


Fig 1.11 Première échelle non répétitive en quarts de ton de *Nomos Alpha* (Xenakis)

Sans en faire une analyse musicale poussée, on peut commenter la démarche de sa conception :

écrivons pour alléger

$\overline{13_3 \cup 13_5 \cup 13_7 \cup 13_9} = \overline{A_{13}}$

$\overline{11_4 \cup 11_8} = \overline{B_{11}}$

$13_0 \cup 13_1 \cup 13_6 = C_{13}$

la fonction L (ll, 13) s'écrit

$L(11,13) = (\overline{A_{13}} \cap 11_2) \cup (\overline{B_{11}} \cap 13_9) \cup C_{13}$

Des 3 termes qui la forment, c'est le terme 3 qui fournit le tissu principal de l'échelle modulo-13 (une quinte moins ¼ ton) ; ce terme représente un mode courbe « convexe » (voir définition fig 1.11 de même principe que le mode de « *Jubilation heuristique* » mais dans l'univers des quarts de ton. Dans l'étendue modulo-26 (octave + demi-ton), il est constitué de 2 sous-ensembles :

accord parfait mineur

accord de 7ème diminuée à 3 sons (décalé d'un quart de ton supérieur par rapport à l'origine).

Le terme 2 ajoute un crible modulo-11 oblitéré par un masque modulo-13 $\overline{A_{13}}$.

Il s'agit donc d'un mode courbe convexe complexifié par des ajouts modulo-13 et modulo-11, intermédiaire entre le mode courbe et l'échelle totalement non-répétitive.

Xenakis construit à partir d'une fonction plus générale

$L(p_i, p_j) = (\overline{A_{pj}} \cap p_i) \cup (\overline{B_{pi}} \cap p_j) \cup C_{pj}$

un graphe parcourant les permutations des p_i dans la fonction L selon un parcours obligé qui constitue ce qu'il appelle une métabole, combinaison de glissements cycliques des indices de cribles (transpositions) et de modifications de modulos (modulation).

*Échelles totalement non-congruentes. Un exemple tiré d'*Anamorphoses **(Riotte 77)**

Passant à la limite, les modes courbes ayant encore un lointain parfum de fonction tonale, il est possible de définir un univers « hors-temps » cohérent et n'ayant plus trace de répétitivité.

A partir d'un ensemble de cribles à bases supérieure à 6, et supposée fournie une origine (voir fig 1.12) , il est possible de définir à partir de $\mathbb{Z}_{12}$ des sous-ensembles ayant entre eux des relations logiques auditivement « sensibles ».

Constitution du couple mémoire (a_2^2) - oubli (a_2^1)
Il s'agit d'obtenir deux échelles de hauteurs issues de la même organisation et n'ayant aucune note commune :

$a_2^2 = 8_7 \cup 10_6 \cup 13_6$
$k = 10_1 \cup 11_2 \cup 14_3$ d'où $a_2^1 \cap a_2^2 = \varnothing$
$a_2^1 = k - (a_2^2 \cap k)$

Figure I.12 Utilisation d'échelles non-répétitives

J'avais besoin pour la conception de l'oeuvre de définir 2 sous-ensembles complémentaires interprétant l'aura sémantique du couple mémoire-oubli [5.14].

Tous les sous-ensembles de l'oeuvre sont construits à partir des cribles de 7_i à 14_j (univers du demi-ton).

Ici $M=10_6\cup 8_7\cup 13_6$

Si l'on définit l'opération

$K=10_1\cup 11_2\cup 14_{13}$, elle a des éléments communs avec M, soit $M\cap K$

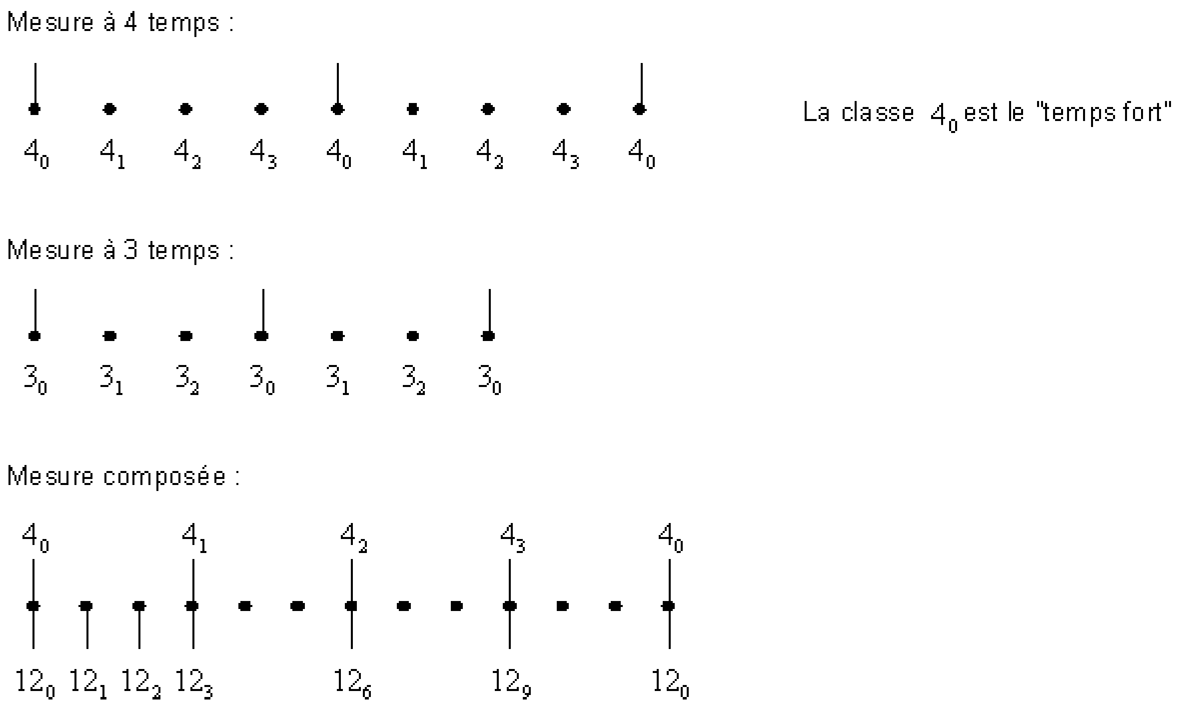
Pour obtenir un sous-ensemble J tel que $M\cap J=\emptyset$,il suffit d'appliquer l'opération logique

$J=K-(M\cap K)$.

Formalisation des durées

Dans la musique occidentale, mis à part certains phénomènes isolés (l'isorythmie), les durées sont restées, quant à un formalisme, cantonnées dans un monde élémentaire jusqu'au XX^e^ siècle. Monde essentiellement articulé à partir d'une subdivision régulière du temps objectif à base binaire-ternaire, pourvu d'une hiérarchie (temps forts-temps faibles) descriptible à partir des classes de résidus (fig 1.13).

Fig 1.13 La congruence appliquée aux tempos traditionnels



Ce n'était pas vrai en revanche pour les musiques orientales. Il suffit de rappeler le réseau de symboles attachés aux figures rythmiques de la musique hindoue, figures chères à Olivier Messiaen par exemple.

Toutefois, on doit reconnaître que le temps « non-mesuré » (c'est-à-dire la suspension de la métrique) a toujours été présent, bien que de manière très sporadique, dans l'histoire musicale de la période classique.

Voir par ex.

> Rameau : Prélude du 1er recueil de précis pour clavecin. fig 1.15 fluctuations libres préalables à un tempo fixe.
>
> Mozart : *Capriccio* KV 395 – fig 1.16. Style improvisé.
>
> Beethoven : *Adagio grazioso* de la 16ème sonate pour piano (op31 n°1) fig 1.17 suspension du temps (point d'orgue) efflorescence à l'intérieur d'une échelle.

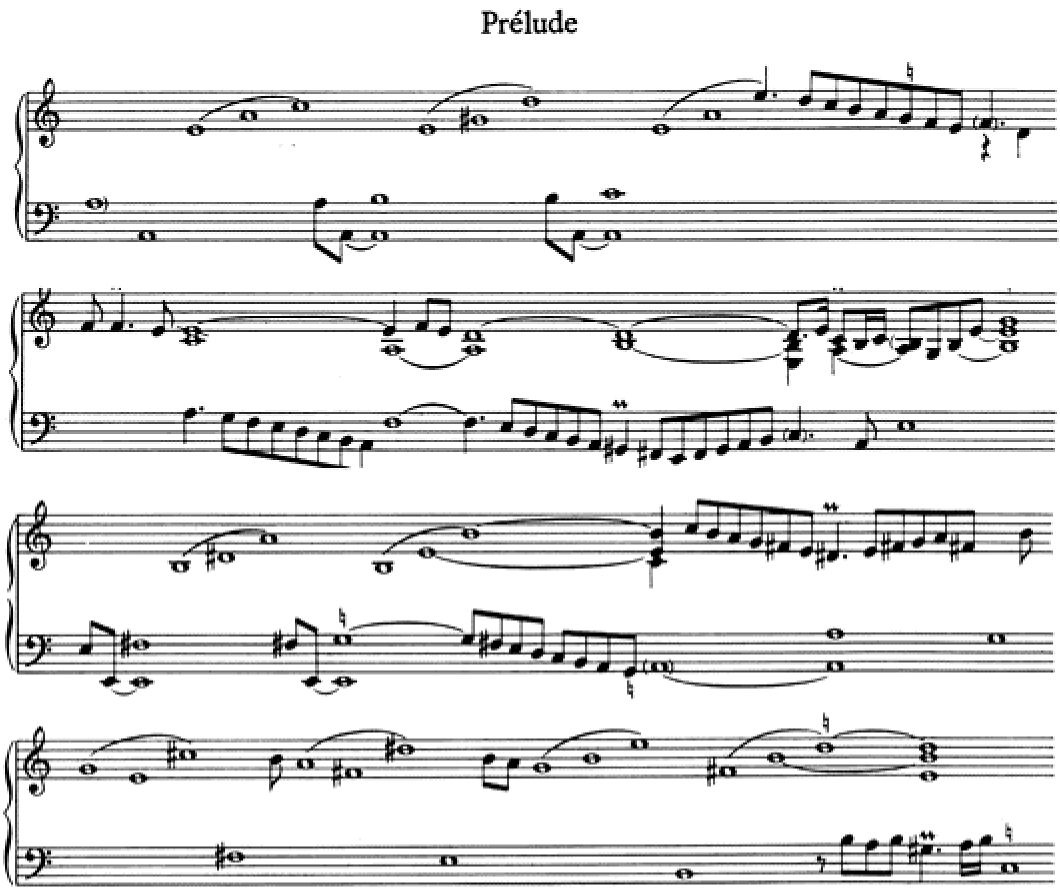


Figure I.15 Rameau, Prélude du 1er livre de pièces pour clavecin (1706)

Figure I.16 Mozart, Début du Capriccio pour piano KV 395

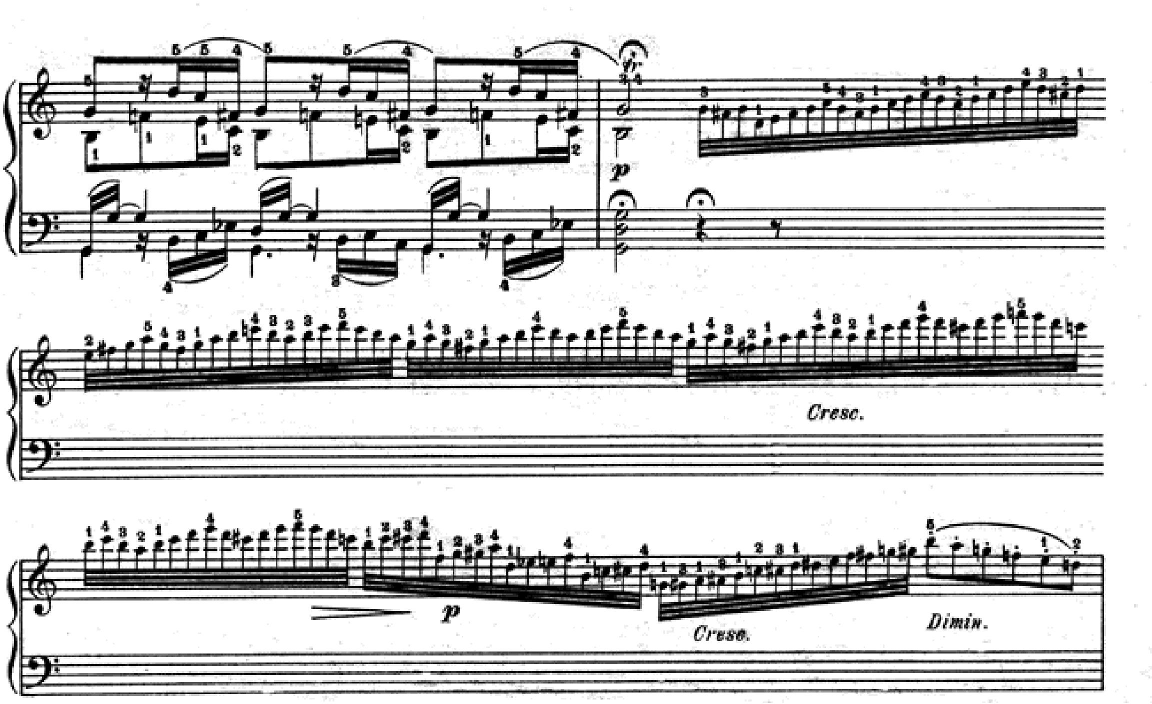


Figure I.17 Beethoven, Extrait de l'Adagio Grazioso de la 16e sonate pour piano Op. 31 n°1

D'autre part, la période romantique a introduit l'idée du rubato, c'est-à-dire d'une modulation subjective de la pulsation (contraction-dilatation) et non d'une exploration véritable des nombres réels.

Quant à la possibilité du jeu parallèle de classes de résidus premières entre elles, on en trouve aussi des traces lointaines dans le « 3 contre 2 » (ex: 10ème pièce des *Danses des Compagnons de David*) (fig 1.14) R. Schumann p 25 partition.

Figure 1.14 Exemple de "3 contre 2" fonctionnel.
Début de la pièce X, Davidsbündlertänze, Schumann

Le véritable langage des durées se situe au niveau immédiatement supérieur de la concaténation de valeurs entières, c'est-à-dire l'un des matériaux compositionnels, par opposition à ce que j'ai appelé « l'espace musical » préalable (échelles pour les hauteurs, métrique pour les durées).

Les matériaux, fondés sur des proportions généralement arithmétiques, devaient dans la période classique répondre lors de leur actualisation à une dialectique tension-détente, schématisée par l'alternance de « rythmes masculins » (accent tonique sur le dernier temps fort) et de « rythmes féminins » (accent tonique suivi d'une désinence sur le temps fort suivant).

Ils entraient dans la définition des éléments d'une morphologie et d'une syntaxe aux règles implicites, à laquelle se référait l'articulation dynamique, découpée en phrases, sections, etc...

Toutefois, il faut remarquer que l'existence de règles formelles élaborées, comme celles de l'imitation stricte (voir par exemple la 2ème Invention à 2 voix en ut mineur de J.S. Bach) et de la fugue introduisait déjà une notion abstraite d'interaction de structures, non pas seulement dans la succession, mais également dans la simultanéité (sujet-réponse) impliquant la possibilité d'une dissociation acoustique des composantes instantanées du message beaucoup plus fines que ne le permettrait l'analyse physique même poussée du phénomène sonore. D'une part, l'idée même de « voix », dont l'origine humaine est claire, supposait cette distinction fondée à l'origine sur la perception de sources simultanées caractérisées par des timbres, cette caractérisation s'étant progressivement réduite à la notion beaucoup plus floue et abstraite d'étagement de bandes de fréquences (tessitures) au sein d'une famille de timbres homogènes (clavecin).

D'autre part, cette simultanéité était la reconnaissance implicite de catégories de temps distinctes selon les sources sonores, un même « sujet » (au sens de la fugue) pouvant se trouver dans plusieurs voix à des stades différents d'évolution.

Il est juste de remarquer que cette caractéristique du langage contrapuntique, très élaborée dans le langage de J.S Bach, et spécifique à la musique occidentale, n'a pas continué à évoluer dans ce sens.

En revanche, le phénomène de la répétition est l'une des bases structurelles universelles de la musique, et mérite à ce titre quelques réflexions élémentaires.

La répétition

La répétition, au sens musical le plus large, est la ré-émission d'un même phénomène sonore.

On distingue provisoirement plusieurs niveaux de répétition, liés à la complexité du phénomène répété, et aux circonstances de la répétition. Ce sont ces problèmes qui font l'objet du présent chapitre.

Niveau global :

> répétition d'une « oeuvre » musicale : pose des problèmes de situation dans l'espace et le temps, de la mémorisation globale au niveau du récepteur, et donc de la signification même du fait musical : la partition comme message symbolique, le mythe de l'identité.

Niveaux structurels internes :

> la <u>section</u> : illustrée par la reprise (menuet ou rondo de sonate sont les exemples les plus significatifs)

> la <u>phrase ou le membre de phrase</u> : illustré dans un passé proche par une caractéristique du langage de Debussy, analysée par Nicolas Ruwet (Note sur les duplications dans l'oeuvre de Claude Debussy in [5.9].

> le <u>motif</u> : illustré aujourd'hui par le groupe de répétitifs américains (voir le dossier dans la revue Musique en jeu N°26, en particulier l'article « Musique répétitive » d'Ivanka Stoianova (1.15).

Niveau élémentaire :

Répétition d'une « molécule » sonore (élément ayant une réalité physique, et donc pourvu de tous ses paramètres : note au sens élargi)

pose le problème de la périodicité, c'est-à-dire d'une métrique des durées avec pour corollaire toute la métrique de l'espace musical, dont l'axiomatique a été posée par Xenakis, s'inspirant de l'axiomatique des nombres de Peano [5.7].

Ces 3 niveaux posent des problèmes structurels de fond qu'on abordera plus loin.

On se bornera ici à quelques réflexions sur ces derniers niveaux. Observons d'abord que dans la mesure où l'art cherche à mettre à jour des relations entre catégories conceptuelles jusque là distinctes, la répétition est la première opération fonctionnelle, historiquement parlant.

Or tout formalisme est construit sur les mêmes concepts : définition de catégories d'objets liés par l'identité ou par des relations (opérateurs)

A noter que tous les formalismes mathématiques ont considéré le temps comme une catégorie à part (la variable « indépendante »). Il faut attendre les théories relativistes et les recherches physiques « unitaires » pour que « l'espace-temps » soit considéré comme un milieu homogène.

Un fait musical devant transmettre ses catégories en même temps que son « message », il est naturel que la répétition soit une opération de base.

Une répétition d'<u>objets</u> (sons) est la définition <u>de fait</u> d'un ensemble (fermé ou ouvert)

échelles

sous-ensembles

sous-groupes

Même la <u>série</u>, présentée comme une préoccupation de non-répétition, est basée sur la répétition de <u>relations</u> (abstraites). Elle peut être poussée sur une notion d'<u>ordre</u> à la fois sur les objets et leurs relations (cycles équilibrés, voir chapitre 2).

Il pourrait être intéressant, en analyse formalisée, de chercher une mesure des catégories, notions et opérateurs qu'une « œuvre musicale » utilise, indépendamment de la mise en œuvre des opérations elles-mêmes.

Elle peut être basée sur :

L'identité totale (vue de l'esprit : « toutes choses égales d'ailleurs » le récepteur humain aura varié)

L'identité de certains composants

l'analogie (impression globale que deux phénomènes sont proches. Ex : nuage de points de même répartition statistique à l'intérieur d'une même durée donnée.)

Après avoir insisté sur la répétition ou la répétitivité, l'invention a cherché à mettre en évidence son complément, l'irreproductibilité :

au niveau des sons (utilisations nouvelles des instruments traditionnels, stochastique et nuages de points, synthèse de sons nouveaux).

de l'espace des sons (l'approche du continu par les glissandi)

des structures

oeuvres ouvertes

cybernétique des formes

êtres musicaux

On peut ainsi schématiser les deux démarches :

Invariants $\rightleftarrows$ diversité

On peut alors contester la nécessité d'une formalisation ; cependant l'expérience montre que la recherche volontaire de la diversité maxima a conduit à la perception de fait de catégories élémentaires d'invariants (ex impression d'équirépartition statistique des sons au sein de certaines œuvres de l'école sérielle).

Les notions de répétitivité, de répétitivité régulière (fréquence) sont des formalisations, des métriques centrées sur la mise en évidence de la variable temps à partir de la mesure (objectivation).

Retour à la formalisation

Boulez [5.5] distingue temps pulsé et temps amorphe, qu'on pourrait décrire en première approximation à partir de proportions d'entiers naturels ou de rationnels (réels...)

Cependant, cette distinction ne rend pas compte de la perturbation apportée dans le langage des durées par Stravinsky, dont Boulez a pourtant développé une analyse fouillée du *Sacre du Printemps* qui a fait date [5.6].

Or si les deux « prises de conscience » du temps pré-existaient dans la période classique, c'était plus sous la forme d'un temps mesuré et d'un temps non-mesuré, la seconde analyse se faisant à travers la prise de conscience d'un temps individuel (celui de l'interprète) jouant fonctionnellement en général sur la dilatation d'une périodicité, pouvant aller jusqu'à la suspension (point d'orgue).

Il s'agit donc d'une modulation de périodicité, dont le rubato est une variante limitée.

En revanche, même dans les langages d'origine folklorique introduisant des subdivisions premières avec le binaire (5,7,11, analysés en général par des additions de 2 et 3), la fonction du temps fort n'était que rarement contredite ; la classe de résidus privilégiée gardait sa fonction tout au long du déroulement.

C'est cette contradiction permanente qu'a instituée Stravinsky, sans pour autant échapper à la périodicité, c'est-à-dire à l'unité de mesure.

Une allusion aux périodes premières entre elles, sur laquelle nous reviendrons en détail, préparait la prise de conscience d'une nouvelle formalisation possible, introduisant dans les durées l'équivalent des opérations logiques sur les classes de résidus dont on a vu le développement à propos de la formalisation de l'espace des hauteurs.

Toutefois, la première étape nécessaire était la libération définitive des durées, et leur jeu simultané. C'est Olivier Messiaen qui le premier a développé un langage cohérent de « contrepoint de rythmes », sur lequel il s'est expliqué lui-même [5.2], à partir du jeu simultané de durées premières entre elles (voir par ex la pièce pour orgue *Le Verbe*, fragment cité par Messiaen lui même [5.2] fig 1.18).

Figure I.18 Messiaen, Exemple tiré de la pièce pour orgue Le Verbe, 5 croches contre 4

Mais il a surtout donné une autonomie aux figures rythmiques, en leur faisant subir des augmentations ou diminutions régulières ou irrégulières (multiplication et division par 2, ajout et retrait d'une fraction de chaque valeur), et en les juxtaposant (voir par ex. Le 9ème mouvement de la *Turangalila Symphonie*, *Turangalila III*).

Boulez a raffiné les transformations possibles des cellules rythmiques (éventuellement [5.6] p. 160), par monnayage, négatif, engendrement d'un rythme à l'intérieur de lui-même, etc.

Subdivisions « arithmétique » et « géométrique »

Une variante de cette approche, elle aussi latente dans le langage traditionnel à travers ce que les musiciens ont appelé de manière impropre les valeurs « irrationnelles » (car elles relèvent en général de ce que les mathématiciens appellent nombre rationnels, extension des entiers naturels et relatifs) est la subdivision d'une même durée en fractions premières entre elles.

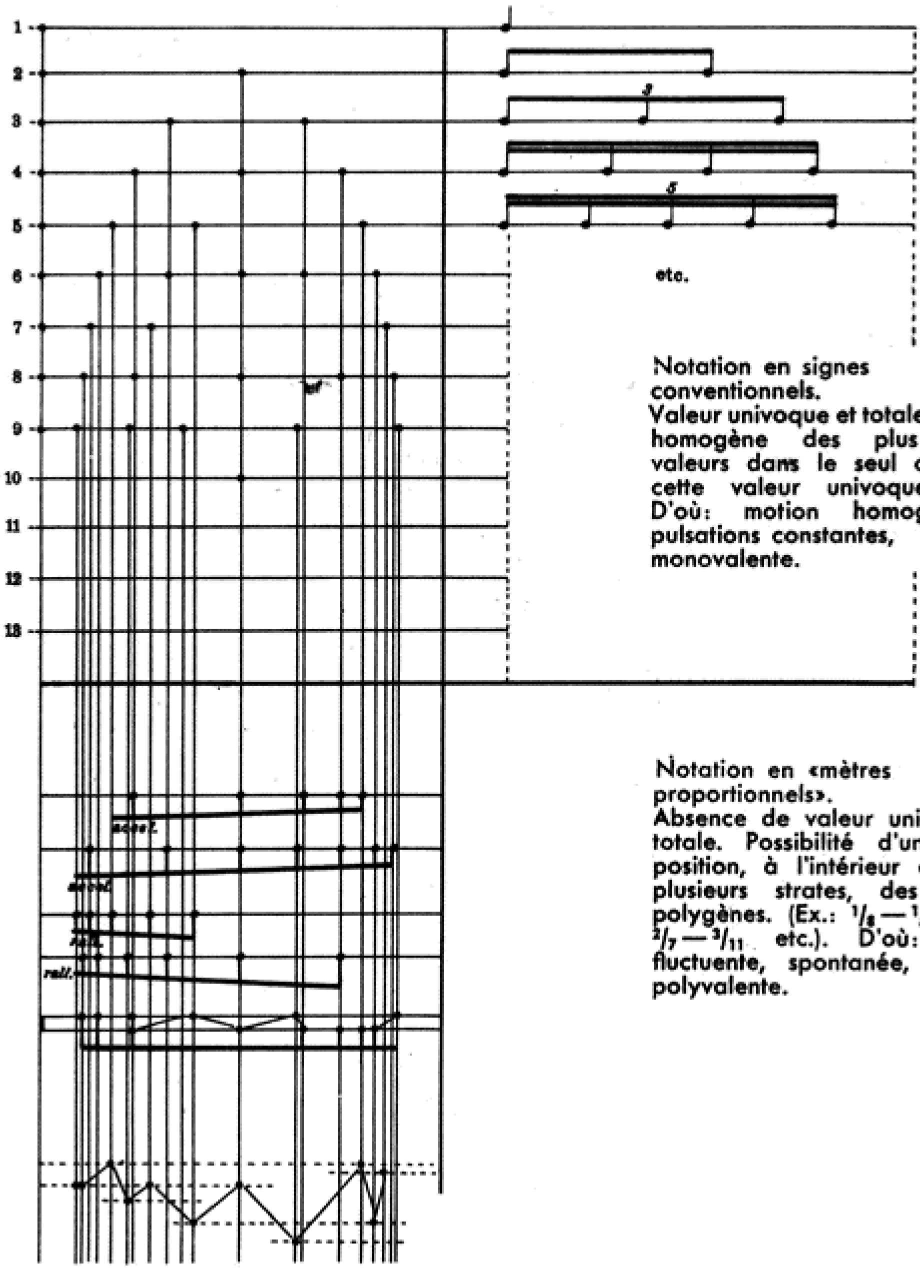
Le « 3 contre 2 » déjà mentionné, lorsqu'il s'applique à des valeurs courtes (triolet) en est l'exemple le plus familier.

On pourrait définir cette approche, par opposition à la précédente, comme subdivision « géométrique » du temps (selon la distinction de Xenakis), l'autre étant considérée comme « arithmétique ».

On la trouve développée par exemple dans la *petite musique de nuit* (1958) de Roman Haubenstock-Ramati, « mobile » pour orchestre(fig 1.19). Telle qu'elle est employée dans cet exemple, elle n'a d'ailleurs qu'une valeur indicative. Je l'ai moi-même utilisée dans un mouvement du Quatuor à Cordes *Multiple* comme moyen de répartition contrôlée des attaques entre les 4 instruments (fig 1.20 – voir aussi abaque fig 1.21).

1. La notation en «mètres proportionnels».

Le schéma ci-dessous explique le principe et l'origine de la représentation graphique des «mètres proportionnels» et voudrait permettre la comparaison avec les signes caractéristiques de la notation musicale conventionnelle.



Notation en signes conventionnels.
Valeur univoque et totale. Division homogène des plus petites valeurs dans le seul cadre de cette valeur univoque totale. D'où: motion homogène, à pulsations constantes, monovalente.

Notation en «mètres proportionnels».
Absence de valeur univoque et totale. Possibilité d'une juxtaposition, à l'intérieur d'une ou plusieurs strates, des valeurs polygènes. (Ex.: $^1/_8$ — $^1/_3$ — $^1/_5$ — $^2/_7$ — $^3/_{11}$ etc.). D'où: motion fluctuente, spontanée, libre et polyvalente.

Figure I.19 : Extrait des indications introductives de la partition de la "petite musique de nuit", mobile pour orchestre de Roman Haubenstock-Ramati

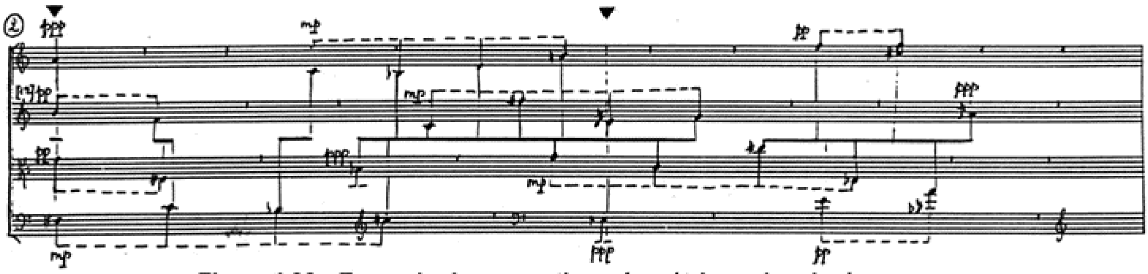
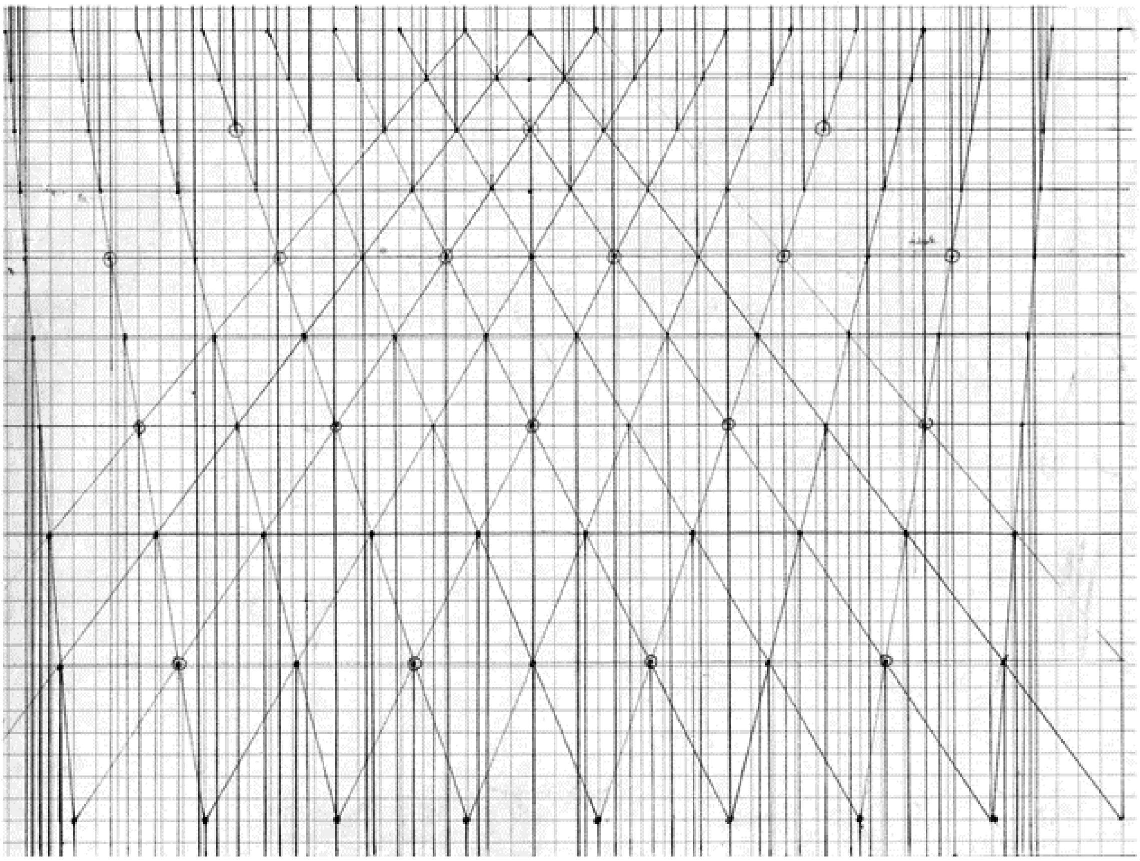


Figure I.20 : Exemple de proportion géométrique des durées
Extrait de la structure III du quatuor "Multiple" (Riotte)
À noter que depuis, l'auteur a retranscrit cette structure
en notation mesurée grâce au logiciel Kant (Ircam)

Fig. I.21 - Abaque pour la correspondance des subdivisions
de durées premières entre elles (3 à 18).



Il faut remarquer toutefois que la réalisation pratique de cette subdivision par des instrumentistes reste à la limite de leurs possibilités, et n'est concrètement réalisable avec une certaine précision que dans des cas très particuliers. Par exemple, mon propos principal dans l'application précédente était un contrôle de succession d'attaques non-coïncidentes contribuant à la synthèse d'une proportion complexe unique. (à noter que j'ai réécrit depuis ce mouvement grâce au logiciel KANT avec l'aide de Gérard Assayag, chef de projet à l'IRCAM)

En revanche, rien ne s'oppose à une application rigoureuse de tels principes de subdivision « rationnelle » d'une même unité dans le cas de calculs et synthèse par ordinateur.

Les deux approches, arithmétique et géométrique, pourraient d'ailleurs être combinées, l'approche arithmétique se prêtant, comme on le verra plus tard, à des développements formalisés à l'échelle des « phrases » grâce à des opérateurs logiques, alors que l'approche géométrique est mieux adaptée à un contrôle fin, par exemple pour dessiner un seul événement complexe réparti entre plusieurs voix-instruments-sources.

Subdivisions d'une macro-unité de temps

Puisqu'on a écarté pour l'instant les proportions globales d'une oeuvre musicale, qu'on reverra par la suite, on se bornera à quelques exemples de subdivision à l'échelle de la section.

Le matériau de base (cellule rythmique) est lui aussi affaire de proportions. Dans le monde des durées traditionnelles à base binaire, l'application sur les entiers reste la règle, avec pour unité la plus petite durée binaire utilisée. La cellule rythmique peut alors être représentée par une séquence d'entiers :

4,5,3,1 signifiera

Si l'on prend la x pour unité.

(Il n'est pas inutile de rappeler que dans un tel formalisme, chaque entier n représente deux informations : la durée proprement dite de l'événement de n unités, et l'instant d'occurrence de cet événement, situé par rapport à une origine des temps qui coïncide avec le début de la cellule à un instant égal à la somme des entiers précédents.)

On imagine alors aisément les opérations élémentaires possibles comme l'augmentation déjà pratiquée par J.S. Bach (produit de chaque élément par un même entier), la diminution (division par un même entier, à la condition restrictive qu'il soit pour les n termes, un dénominateur commun).

Messiaen y a déjà ajouté une opération d'addition (ou de soustraction) qu'on peut généraliser en ajoutant à chaque entier un même entier :

exemple : +2 sur la cellule ci-dessus donne :

6,7,5,3 c'est-à-dire

Boulez, dans son article «Eventuellement» [5.6] fournit d'autres transformations cellulaires plus complexes, qu'on peut caractériser par l'application successive d'opérateurs élémentaires à une même cellule.

La caractérisation d'une cellule tient dans ses proportions. On pourra alors définir une famille de cellules ou <u>profil</u> par une inégalité.

Prenons l'exemple de 4 termes d'une cellule de durées :

d_1, d_2, d_3, d_4

Les deux exemples précédents sont des cas particuliers d'un même profil ainsi défini :

$d_2 > d_1 > d_3 > d_4$

dont les solutions sont en nombre fini, dénombrable ou infini selon que l'on fixe ou non des bornes inférieure et supérieure absolues aux d_i, et que

$d_i \in N$ entiers naturels

ou $d_i \in Q$ nombres rationnels

ou $d_i \in R$ nombres réels.

On utilise donc ici l'inégalité, ou relation d'ordre large. Pour restreindre les solutions, puisqu'il s'agit de lutter contre les grands nombres, on peut appliquer un tel profil à une grille de durées préétablies.

Une grille de durées, équivalente dans le temps à une échelle dans l'espace, est une succession de k durées répondant à une structure déterminée.

On imaginera donc aisément des grilles congruentes modulo-n ou des grilles non-congruentes, par analogie avec les échelles.

Pour prendre un exemple concret utilisé dans mon quatuor à cordes *Multiple* , reportons-nous à la fig 1.22 Elle fournit des solutions d'application du profil $d_3 > d_1 > d_4 > d_2$ et de son « renversement » (voir la généralisation des opérateurs sériels, chapitre 2) dans une grille

G = <8, 6, 5, 1, 2, 4, 7, 3, 8> (unité = x)

(G est en fait un cycle équilibré de durées modulo-8, voir chapitre 2.)

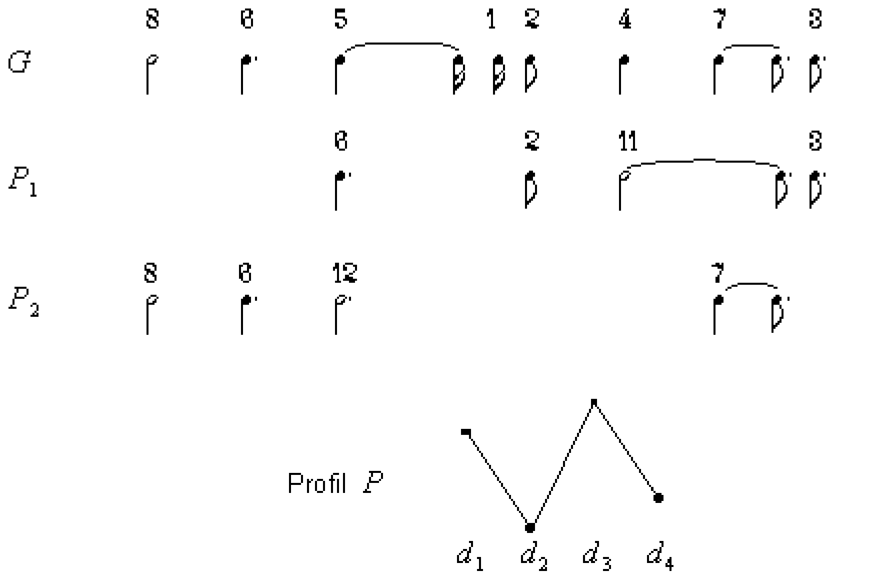


Fig 1.22 deux exemples d'insertion d'un profil $P(d_3 > d_1 > d_4 > d_2)$
dans une grille de durées $G = \langle 8,6,5,1,2,4,7,3 \rangle$ **unité :** 𝅘𝅥𝅯

La fig 1.23 donne toutes les solutions du renversement de profil ci-dessus à durée globale (somme des durées du profil) donnée.

Fig 1.23

Somme	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
4	6.8.4.7			5.7.3.6					4.6.2.5				3.5.1.4		
4							4.7.3.5					3.6.2.4			2.5.1.3
2					5.8.2.6				4.7.1.5						
2							5.8.2.5				3.7.1.4				
1					5.8.4.7										
1						4.8.1.7									
1										2.8.1.5					
1											2.8.1.4				
1												2.8.1.3+			
1										2.8.1.4+					
1							3.8.1.7 +								
1									3.8.1.5 +						
3		6.8.3.7+				5.7.2.6 •				4.6.1.5 o					
3			5.8.3.7+				4.7.2.6 •				3.6.1.5 o				
3					4.8.3.6+				3.7.2.5 •				2.6.1.4 o		
3						9.8.3.5+				3.7.2.4 •				2.6.1.3 o	
2							3.8.2.6+				2.7.1.5 •				
2								3.8.2.5+				2.7.1.4 •			
1.2				6.8.1.7 o					3.8.2.4+				2.7.1.3 •		
1							4.8.1.6 o								
1.1						5.8.1.6 o			2.8.1.6 o						
2			6.8.2.7 •				5.7.1.6 o								
2				5.8.2.7 •				4.7.1.6 o							
2					4.8.2.7 •				3.7.1.6 o						
total	1	1	3	2	5	4	7	2	7	4	5	2	3	1	1

Etude du profil  **avec des valeurs comprises entre 1 et 8**

+ groupes comprenant 8 et 3 :11
• 7 et 2 :10
o 6 et 1 :11

Les groupes reliés par un trait horizontal sont des "transpositions"

On a éliminé les groupes comprenant 2 écarts égaux, càd :

2.8.1.7	2.6.1.5	3.8.2.7	3.5.2.4	5.8.4.7
3.8.1.6	3.6.1.4	4.8.2.6	4.8.3.7	5.7.4.6
4.8.1.5	2.5.1.4	3.7.2.6	5.8.3.6	6.3.5.7
2.7.1.6	2.4.1.3	4.7.2.5	4.7.3.6	
3.7.1.5		3.6.2.5	4.6.3.5	

Formalisation des intensités

Comme on l'a vu jusqu'à présent, les formalismes couramment disponibles ont l'inconvénient de découpler les paramètres du son, et de les considérer séparément.

Or, si l'on a pu formaliser les hauteurs et les durées, c'est que la notion de mesure précise y est disponible. Il n'en est pas de même par exemple pour les intensités.

En effet, bien qu'en théorie l'intensité d'un son soit fonction linéaire de l'amplitude de l'onde sonore, en pratique la mesure n'y est pas classique, et la seule notion familière aux musiciens traditionnels est celle qui caractérise les classes d'équivalence, c'est-à-dire le fait que tel son est plus intense ou moins intense que tel autre.

Une échelle de valeurs est bien présente, mais elle reste subjective et sujette à interprétations.

En outre la réalité musicale évoluant à plusieurs niveaux, il y a lieu de distinguer

- l'intensité individuelle des sons qui vont entrer dans un complexe à un instant déterminé
- l'intensité globale résultante pour ce complexe
- l'évolution dynamique de ces intensités.

Cette dernière particularité distingue historiquement, quant à un formalisme, les intensités des autres paramètres sonores. En effet, le contrôle du souffle (voix et instruments à vents) ou de la pression d'archet (cordes) permet les crescendos, c'est -à-dire la variation continue entre deux bornes.

Si donc le formalisme le plus naturel est la « relation d'ordre large » caractérisant un profil, on peut considérer qu'il s'applique même si l'intensité varié continuement d'une borne à la borne successive.

C'est ainsi qu'on pourra caractériser par exemple la dynamique d'une idée de cellule à partir d'une échelle arbitrairement quantifiée

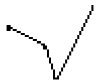
ppp	*pp*	*p*	*mp*	*mf*	*f*	*ff*	*fff*
1	2	3	4	5	6	7	8

sous une forme paramétrique.

Exemple tiré de « Transe Calme » pour piano (Riotte, 1973)

(Tête de voix principale)

Profil hauteurs :

$a_4 > a_1 > a_2 > a_3$ 

Profil durées $b_3 > b_4 > b_1 = b_2$

Dynamique : $i \to i \quad i+1 \to i-2$

Articulation :

La flèche est un symbole de variation continue linéaire entre les événements : chaque actualisation de l'idée de cellule doit être initialisée (fixation de la valeur de i dans l'échelle choisie)

- soit en fonction d'une intensité moyenne globale dans le passage considéré

- soit en relation avec les intensités de la cellule qui précède, par exemple un principe de « concaténation avec recouvrement » ou CAR (que l'on retrouvera plus loin), l'intensité initiale de la cellule devant coïncider avec l'intensité finale de la cellule précédente.

Il est clair que dans un modèle polyphonique, les initialisations des événements superposés doivent être établies dans la même optique, c'est-à-dire en relation entre eux.

Enfin, l'étroitesse de l'échelle adoptée (8 à 10 termes) excluant le modulo, les phénomènes de limites sont à prendre couramment en compte, c'est-à-dire qu'en fonction d'une initialisation donnée, on doit prévoir par exemple les conditions de « saturation » :

Dans la cellule ci-dessus avec i = 7, on aura :

	7	7	$8 \to 5$
c'est-à dire			
	ff	*ff*	*fff >mf*

Les problèmes des timbres et des attaques

Dans l'espace musical traditionnel des instruments, même avec les extensions que nous connaissons aujourd'hui, la notion de timbre est trop liée à la qualité même du son, c'est-à-dire à un complexe de caractéristiques physiques intimement liées, pour qu'un formalisme développé puisse la décrire autrement qu'en première approximation. La distinction la plus précise a trait à l'importance relative de l'attaque du son - ou transitoire - et du son entretenu imposant une fréquence prépondérante reconnaissable par l'oreille.

De l'orgue, instrument par excellence du son « éternel » - d'où sa fonction para-liturgique à une époque où la notion d'absolu était synonyme de fixité intemporelle, à la cymbale où l'éclat, le spectre complexe et l'évanescence traduisent le réel dans sa fugacité insaisissable, toutes les transitions sont en germe. Toutefois, de par la facture des instruments de l'orchestre, y compris les extensions récentes des percussions, les familles de timbres restent à la croisée des modèles formels construits sur des entités classifiables avec tous leurs paramètres et de la simulation sur ordinateur d'instruments dont la qualité du son n'est encore perçue sauf exception (voir les travaux de synthèse du son de Risset) que globalement, ce qui empêche de les subdiviser en classes bien ordonnées.

Dans ces conditions, seules les propriétés des ensembles peuvent y être couramment appliquées.

Organiser un langage, c'est alors définir le champ dans lequel on va se mouvoir, champ dans lequel la combinatoire permettra l'exploration de la totalité des possibles, et les sous-ensembles que l'on voudra considérer comme significatifs.

Pour fixer les idées sur un exemple simple, limitons-nous à l'espace de l'attaque des cordes, considérées comme une famille de timbres homogènes (voir fig 1.24)

Fig1.24 Attaque des cordes

Familles d'événements			Sous-ensembles
AR	(archet)	A	Attaques proprement dites
		L	Localisation sur la corde
		I	Intensité
$\overline{AR}$	(absence d'archet)	P	pizz
		I	Intensité
MG	(main gauche)	N	nombre de notes fixes
		G	glissandi
		H	harmoniques
S	(sourdine)		

La caractérisation d'un événement se fait au moyen d'une composition de paramètres :

$$[AR(A,L,I)\cap\overline{AR}(P,I),MG(N\cap G\cap H),S]$$

dans laquelle chaque sous ensemble est formé d'éléments exclusifs les uns par rapports aux autres

Sous-sensembles :

A

0. tirez
1. poussez
2. grand détaché
3. grand détaché archet à la corde
4. martelé
5. détaché
6. de la pointe
7. poussé rebondi
8. ricochet (sur une note)
9. staccato
10. jeté
11. louré
12. lié
13. trémolo
14. trille ou batterie

L

0. normal
1. sur la touche
2. ponticello
3. col legno

I

0. *pppp*
1. *ppp*
2. *pp*
3. *p*
4. *mp*
5. *mf*
6. *f*
7. *ff*
8. *fff*
9. *ffff*

N

0. son indéterminé
1. un son
2. 2 sons
3. 3 sons
4. 4 sons
5. cas spéciaux (tenue+pizz)

H

0. normal
1. harmonique naturel
2. harmonique artificiel

S

0. normal
1. avec sourdine

On voit que

[A(1), L(1), I(3), N(2), H(0), S(0)]

caractérise deux notes poussées *p* sur la touche.

L'espace quantitatif dans lequel on se meut est donc à 6 dimensions dans le cas général ; encore faut-il y déceler les zones interdites, telles que A(2), L(1) ou N(4), H(2).

Certaines études [3.11] ont semblé confirmer les rapports étroits qui existent à l'audition entre timbre et attaque, et devraient permettre dans le futur un traitement moins subjectif de ces paramètres et de leurs corrélations.

Interaction des paramètres

Les développements précédents ont situé la possibilité de définir des « espaces virtuels » constitués par le produit des trames de hauteurs et de grilles de durées, formant un quadrillage potentiel à chaque nœud duquel pourront se situer les événements principaux, avec leurs caractéristiques d'intensité, de timbre et d'attaque, correspondant en fait à un espace à 5 dimensions. Toutefois, comme on l'a fait observer plus haut, les trois derniers paramètres ne peuvent relever que de relations d'équivalence ou de fonctions encore plus primitives.

On pourrait d'autre part critiquer une telle description à cause des quantifications qu'elle implique, de même que de la dissociation artificielle de caractères du son intimement liés.

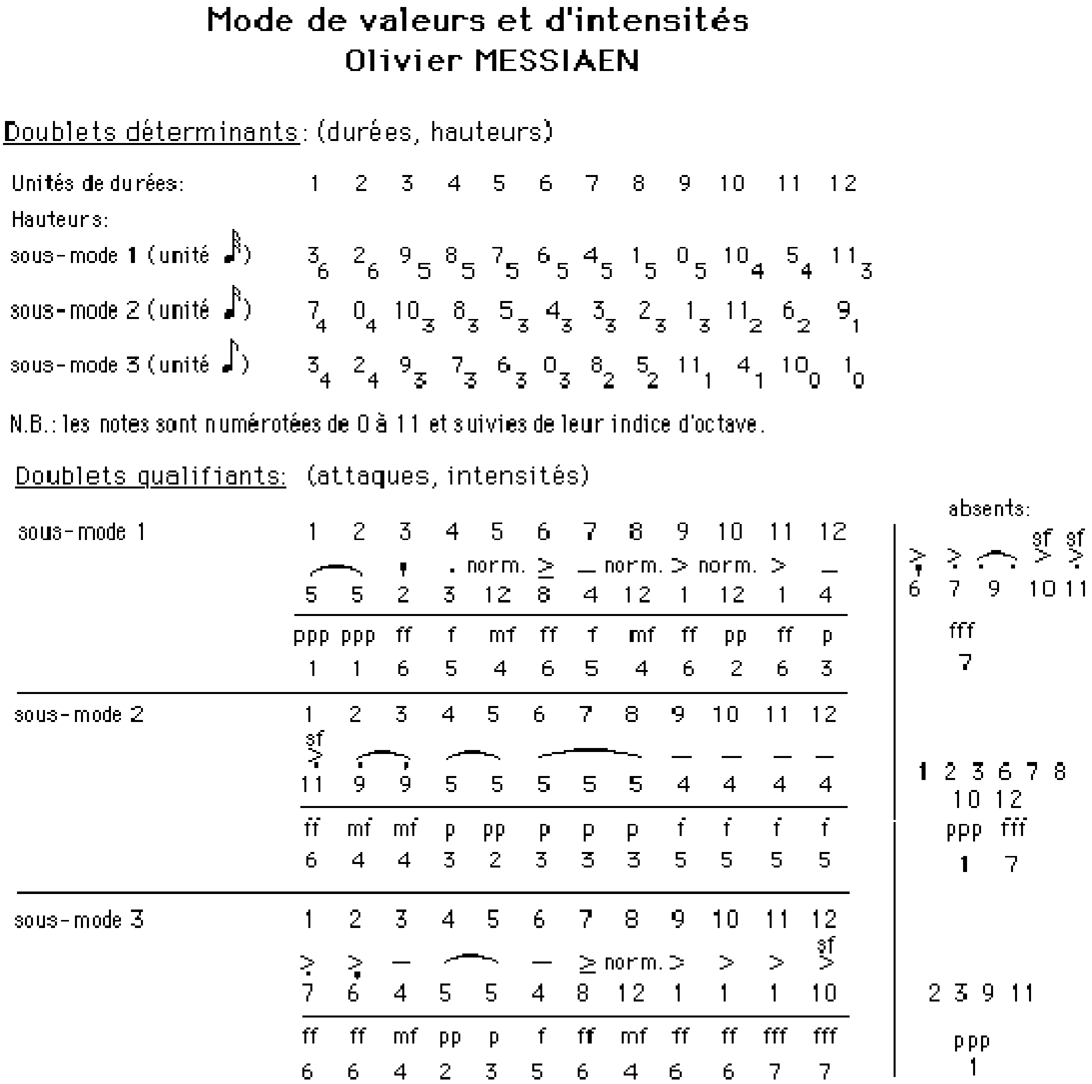
En particulier, lorsqu'on veut travailler avec des sons complexes ou continûment variables, les recherches en synthèse du son par ordinateur laissent à penser que le continu devra être pris en compte.

Actuellement, lorsque la variation est linéaire et ne concerne qu'un des paramètres (traditionnellement l'intensité), une représentation bi-dimensionnelle reste possible (voir par exemple les nappes de glissandi de cordes de Xenakis).

On rappellera pour conclure provisoirement, comme cas particulier d'approche à l'interaction des paramètres, le « *mode de valeurs et d'intensités* » pour piano (1949) d'Olivier Messiaen.

Il définit, pour chacune des trois voix (fig 1.25) un mode de hauteurs à douze sons réparti sur plusieurs octaves, mais chaque hauteur est en fait un 4-uple (hauteur, durée, intensité, attaque).

Fig 1.25 numérisation des données



Il s'agit donc d'un modèle intermédiaire entre la définition d'un espace virtuel tel qu'il est décrit dans ce chapitre et celle des mécanismes locaux comme on verra dans le suivant.

En fait les principales contraintes :

- chaque événement d'une voix doit être immédiatement suivi en séquence d'un autre événement du « mode » (sans silence) ;

- l'émission d'un son exclut pendant sa durée l'occurrence dans les deux autres voix d'un son de même nom ;

définisssent un triple automate, chaque nouvel événement d'une voix pouvant être choisi parmi 9 possibilités (12 moins l'événement précédent – non répétition – et les deux événements en cours dans les autres voix).